DOCENTE SONIA ANTONELLI					
CLASSE	IV	SEZIONE		ANNO SCOLASTICO	2023-2024
MATERIA	MATEMATICA				

LAVORO ESTIVO DA SVOLGERE

LAVORO ESTIVO DA SVOLGERE

PER TUTTI GLI ALUNNI	PER GLI ALUNNI CON DEBITO
Per chi è promosso con il 6 o con il 7: svolgere tutti gli esercizi PARI dal fascicolo "Vacanze estive" che si trova su Google Drive. Per chi è promosso con 8 o 9: svolgere tutti gli esercizi CONTRASSEGNATI DA UN NUMERO MULTIPLO DI TRE dal fascicolo "quarta_scientifico_matematica_antonelli" che si trova su Google Drive. Gli esercizi devono essere svolti in "orizzontale" come spiegato in classe Occorrerà, prima di intraprendere l'esecuzione degli esercizi, studiare o ripassare anche la relativa parte di teoria. I compiti dovranno essere eseguiti su un quaderno e portati a scuola all'inizio dell'anno scolastico. La prima verifica del nuovo anno verterà sul programma di quarta. ATTENZIONE: come anticipato in classe, al termine degli esercizi che riguardano il programma di quest'anno, troverete esercizi con brevi richiami ad argomenti indispensabili per affrontare la quinta. Sarebbe opportuno riguardarli durante l'estate. Buone vacanze! Sonia Antonelli	Svolgere tutti gli esercizi del fascicolo dal nome "quarta_scientifico_matematica_antonelli" che si trova su Google Drive. Gli esercizi devono essere svolti in "orizzontale" come spiegato in classe Occorrerà, prima di intraprendere l'esecuzione degli esercizi, studiare o ripassare anche la relativa parte di teoria. Gli esercizi dovranno essere fatti su un quaderno e consegnati il giorno dell'esame di settembre. ATTENZIONE: come anticipato in classe, al termine degli esercizi che riguardano il programma di quest'anno, troverete esercizi con brevi richiami ad argomenti indispensabili per affrontare la quinta. Sarebbe opportuno riguardarli durante l'estate. Buone vacanze! Sonia Antonelli

Milano, 6 GIUGNO 2024

Il Docente

Sonia Antonelli

202 $\left(\frac{1}{1-\cos(2\alpha)} - \frac{1}{1+\cos(2\alpha)}\right)\operatorname{sen}^2(2\alpha) + 2$ $[4\cos^2\alpha]$

203 $\operatorname{sen}\alpha \cdot \left(\cot^2\frac{\alpha}{2} - \tan^2\frac{\alpha}{2}\right)$ $[4\cot\alpha]$

204 $\left(\cot\frac{x}{2} - \tan\frac{x}{2}\right)\cdot\tan x$ $[2]$

205 $\operatorname{sen}\alpha\left(\frac{2\operatorname{sen}^2\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha} + 1\right)$ $[\tan\alpha]$

206 $\operatorname{sen}x - \left(\operatorname{sen}\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^2$ $[-1]$

207 $(1-\operatorname{sen}\alpha)\cdot\left(\cos\frac{\alpha}{2} + \operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}\right)^2$ $[\cos^2\alpha]$

208 $\operatorname{sen}(2\alpha)\cdot(\tan\alpha + \cot\alpha) - 2$ $[0]$

209 $\cos^2\alpha - 2\cos^2\frac{\alpha}{2} + \operatorname{sen}^2\alpha + 2\operatorname{sen}^2\frac{\alpha}{2}$ $[1-2\cos\alpha]$

210 $\operatorname{sen}\alpha\left(\frac{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha} - 1\right)$ $[\tan\alpha]$

211 $(1+\operatorname{sen}\alpha)\cdot\left(\cos\frac{\alpha}{2} - \operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}\right)^2 - \cos^2\alpha$ $[0]$

212 $\frac{1-\cot^2\beta}{1+\cot^2\beta}$ $[-\cos 2\beta]$

213 $\tan x\cdot(1+\cos(2x))$ $[\operatorname{sen}2x]$

214 $\operatorname{sen}(2\alpha) + (\cos\alpha - \operatorname{sen}\alpha)^2 + \cos(2\alpha) + 2\operatorname{sen}^2\alpha$ $[2]$

215 $\tan\frac{\alpha}{2} - \tan\frac{\alpha}{2}\frac{\cos(2\alpha)}{\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha} + \cos(-\alpha) - \operatorname{sen}\alpha$ $[1]$

216 $\frac{\operatorname{sen}(2\beta) + \operatorname{sen}(2\alpha) + 2\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}{2\cos\alpha + 2\cos\beta}$ $[\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\beta]$

217 $\tan\frac{\alpha}{2}$ $\left[\frac{\operatorname{sen}\alpha}{1+\cos\alpha}\right]$

218 $\frac{1+\operatorname{sen}(2x)}{1+\cos(2x)}$ $\left[\frac{1}{2\cos^2x} + \tan x\right]$

219 $4\operatorname{sen}^2\frac{x}{2} + \operatorname{sen}x\cdot\left(\cot x + \cot\frac{x}{2}\right)$ $[3]$

220 $\frac{1}{2}\cos(2x)\cdot(\tan x + \cot x) + \tan x - \cot x$ $[0]$

221 $\left(1+\tan\frac{\alpha}{2}\right)^2$ $\left[\frac{2+2\operatorname{sen}\alpha}{1+\cos\alpha}\right]$

222 $\tan^2\frac{\alpha}{2} + \cos\alpha\cdot\sec^2\frac{\alpha}{2}$ $[1]$

223 $\tan\frac{\alpha}{2} - \operatorname{cosec}\alpha$ $[-\cot\alpha]$

224 $\frac{\tan(2\alpha)}{2-2\operatorname{sen}^2\alpha} + \tan\alpha$ $\left[\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}\right]$

226 $\operatorname{sen}^4x - \cos^4x = 2\operatorname{sen}^2x - 1$

227 $2\operatorname{sen}^2\beta = \frac{\operatorname{sen}^2(2\beta)}{1+\cos(2\beta)}$

228 $\operatorname{sen}(2\beta) = -2\operatorname{sen}\beta\operatorname{sen}\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right)$

229 $\frac{\operatorname{sen}(2\beta)}{2\operatorname{cosec}\beta} = \operatorname{sen}^2\beta\cos\beta$

230 $\tan^2y = \frac{1-\cos(2y)}{1+\cos(2y)}$

231 $\frac{\cos(2x)+\cos(2y)}{\operatorname{sen}x + \cos y} = 2\cos y - 2\operatorname{sen}x$

232 $\frac{1+\operatorname{sen}(2x)}{1+\cos(2x)} = \frac{1}{2}(\tan x + 1)^2$

233 $\frac{\operatorname{sen}^3\alpha - \cos^3\alpha}{\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha} = \frac{2+\operatorname{sen}(2\alpha)}{2}$

Esercizi riassuntivi sulle equazioni trigonometriche

Risolvi le seguenti equazioni trigonometriche, applicando la procedura che ritieni più opportuna.

329 $\tan^2 x - 1 = 0$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\right]$

330 $2\,\text{sen}^2 x - 1 = 0$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\right]$

331 $\text{sen}^2(5x) = 1$ $\left[\frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5}\right]$

332 $4\cos^2 x - 3 = 0$ $\left[\pm\frac{\pi}{6} + k\pi\right]$

333 $2\cos^2(2x) - 1 = 0$ $\left[\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}\right]$

334 $\text{sen}(2x) + \tan x \cot x = 0$ $\left[\frac{3}{4}\pi + k\pi\right]$

335 $2\cos\left(2x - \frac{\pi}{12}\right) - \sqrt{3} = 0$ $\left[\frac{\pi}{8} + k\pi \vee -\frac{\pi}{24} + k\pi\right]$

336 $1 + \cos x = \sqrt{3} - 2\cos x + 2\cos^2\frac{x}{2}$ $\left[\pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi\right]$

337 $\text{sen}\,x + \text{sen}(2x) = 0$ $\left[k\pi \vee \pm\frac{2}{3}\pi + 2k\pi\right]$

338 $\sqrt{2}\,\text{sen}\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ $\left[\frac{7}{36}\pi + \frac{2}{3}k\pi \vee \frac{13}{36}\pi + \frac{2}{3}k\pi\right]$

339 $\sqrt{3}\tan^2 x + 3\tan x = 0$ $\left[k\pi \vee -\frac{\pi}{3} + k\pi\right]$

340 $\cos^2 x - \text{sen}^2 x + \cos x = 0$ $\left[\pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee (2k+1)\pi\right]$

341 $\text{sen}^2 x = \text{sen}\,x\cos x$ $\left[k\pi \vee \frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

342 $6 + \frac{7}{\text{sen}\,x - 4} = \frac{10}{\text{sen}\,x + 2}$ $\left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee \frac{5}{6}\pi + 2k\pi\right]$

343 $\cos^2 x - \text{sen}\,x\cos x = 0$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi \vee \frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

344 $3\text{sen}\left(4x + \frac{\pi}{18}\right) = 3$ $\left[\frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{2}\right]$

345 $\tan(2x + 12°) - \sqrt{3} = 0$ $[24° + k90°]$

346 $\text{sen}^2 x + \text{sen}\,x - 2 = 0$ $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$

347 $2\,\text{sen}^4 x - 3\,\text{sen}^2 x + 1 = 0$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi \vee \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\right]$

348 $12\,\text{sen}^2\frac{x}{2} - 6 = 3\sqrt{2} - 12\cos x$ $\left[\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right]$

349 $3\cos x - \text{sen}\,x = 0$ $[\arctan 3 + k\pi]$

350 $\sqrt{2}\,\text{sen}\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{5}\right) = 1$ $\left[\frac{9}{5}\pi + 8k\pi \vee \frac{19}{5}\pi + 8k\pi\right]$

351 $\tan x\,\text{sen}\,x - \tan x = 0$ $[k\pi]$

352 $\tan x + \cot x = 1$ [impossibile]

353 $\text{sen}\left(\frac{\pi}{6} + x\right) - \text{sen}\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 3\cos x$ $\left[\frac{\pi}{3} + k\pi\right]$

354 $\text{sen}(6x) + \text{sen}(4x) = 0$ $\left[k\frac{\pi}{5} \vee \frac{\pi}{2} + k\pi\right]$

355 $6\,\text{sen}^3 x - 13\,\text{sen}^2 x + 5\,\text{sen}\,x = 0$ $\left[k\pi \vee \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee \frac{5}{6}\pi + 2k\pi\right]$

356 $\text{sen}^2 x + \text{sen}\,x = \cos^2 x$ $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \vee \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee \frac{5}{6}\pi + 2k\pi\right]$

357 $\text{sen}\left(2x + \frac{2}{5}\pi\right) = \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ $\left[-\frac{11}{15}\pi + 2k\pi \vee \frac{14}{45}\pi + \frac{2}{3}k\pi\right]$

358 $(\sqrt{3}\,\text{sen}\,x - \cos x)(\sqrt{3}\,\text{sen}\,x + \cos x) = 0$ $\left[\pm\frac{\pi}{6} + k\pi\right]$

359 $\cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ $\left[-\frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee \frac{\pi}{6} + k\pi\right]$

360 $3\,\text{sen}^2 x + \cos^2 x - 3\,\text{sen}\,x = 0$ $\left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee \frac{\pi}{2} + 2k\pi \vee \frac{5}{6}\pi + 2k\pi\right]$

361 $6\sqrt{2}\,\text{sen}\,x\cos x - 4 = 0$ $\left[\frac{1}{2}\text{arcsen}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right) + k\pi \vee \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\text{arcsen}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right) + k\pi\right]$

362 $\frac{\text{sen}\,x}{1 - \cos(2x)} = \frac{1 + \cos(2x)}{\text{sen}(2x)}$ $\left[\pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi\right]$

363 $\sec^2 x + \text{cosec}^2 x = 8$ $\left[\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}\right]$

364 $\cos(4x) + \text{sen}(4x) = \sqrt{2}$ $\left[\frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{2}\right]$

365 $\left|\frac{\cos(2x)}{\text{sen}\,x}\right| = 1$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi \vee \frac{\pi}{6} + k\pi \vee \frac{5}{6}\pi + k\pi\right]$

366 $\sqrt{\frac{\cot x - 1}{\cos x - \text{sen}\,x}} = \sqrt{2}$ $\left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee \frac{5}{6}\pi + 2k\pi\right]$

367 $\tan x + 1 = \text{sen}\,x + \cos x$ $\left[-\frac{\pi}{4} + k\pi \vee 2k\pi\right]$

368 $\text{sen}^3 x + \cos^3 x = 0$ $\left[-\frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

369 $\text{sen}^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$ $\left[\pm\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}\right]$

370 $\sec x - \text{cosec}\,x + \tan x - \cot x = 0$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\pi\right]$

Esercizi riepilogativi sulle equazioni lineari in seno e coseno

Risolvi le seguenti equazioni con il metodo che ritieni più opportuno.

192 $\sqrt{3}\,\mathrm{sen}\,x - \cos x = 0$ $\left[\frac{\pi}{6} + k\pi\right]$
●○○

193 $\sqrt{3}\cos x - \mathrm{sen}\,x + \sqrt{3} = 0$ $\left[\pi + 2k\pi \vee \frac{2}{3}\pi + 2k\pi\right]$
●○○

194 $\mathrm{sen}\,x + \cos x - \sqrt{2} = 0$ $\left[\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right]$
●○○

195 $\mathrm{sen}(2x) - \cos(2x) + 1 = 0$ $\left[k\pi \vee \frac{3}{4}\pi + k\pi\right]$
●●○

196 $\sqrt{3}\cos\frac{x}{2} + \mathrm{sen}\frac{x}{2} - 2 = 0$ $\left[\frac{\pi}{3} + 4k\pi\right]$
●●○

197 $2\,\mathrm{sen}(5x) + 3\cos(5x) = 0$ $\left[\frac{1}{5}\arctan\left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{k\pi}{5}\right]$
●●○

198 $\dfrac{\cos x}{1 - \mathrm{sen}\,x} = \sqrt{3}$ $\left[x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi\right]$
●●○

199 $\dfrac{1 + \cos x}{\mathrm{sen}\,x} = \sqrt{3}$ $\left[x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right]$
●●○

200 $\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 2$ $\left[x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right]$
●●●

201 $\mathrm{sen}\left(x - \frac{\pi}{10}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{10}\right) + 1 = 0$ $\left[x = \frac{8}{5}\pi + 2k\pi \vee x = \frac{\pi}{10} + 2k\pi\right]$
●●●

202 $\mathrm{sen}\left(-\frac{\pi}{6} + x\right) + \cos\left(\frac{2}{3}\pi - x\right) = 1$ $\left[x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee x = \pi + 2k\pi\right]$
●●●

203 $\mathrm{sen}\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{5}\right) + \sqrt{2}$ $\left[x = \frac{11}{20}\pi + 2k\pi\right]$
●●●

Risolvi le seguenti equazioni trigonometriche contenenti valori assoluti.

291 $|2\cos x - 1| = 1$ $\left[\frac{\pi}{2} + k\pi \vee 2k\pi\right]$
●○○

292 $|\tan(2x)| = 2$ $\left[\frac{1}{2}\arctan 2 + k\frac{\pi}{2} \vee \frac{1}{2}\arctan(-2) + k\frac{\pi}{2}\right]$
●○○

293 $|2\cos^2(2x) - 1| = 1$ $\left[\frac{k}{4}\pi\right]$
●○○

294 $|4\,\mathrm{sen}^2 x| = 3$ $\left[\pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee \pm\frac{2}{3}\pi + 2k\pi\right]$
●○○

295 $|2\,\mathrm{sen}^2 x - 5\,\mathrm{sen}\,x| = 3$ $\left[-\frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee -\frac{5}{6}\pi + 2k\pi \vee \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$
●●○

296 $|2\cos^2 x + \cos x| = 1$ $\left[(2k+1)\pi \vee \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi\right]$
●●○

297 $\left|\cos x - \frac{1}{2}\cos(2x)\right| = \frac{1}{2}$ $\left[2k\pi \vee \frac{\pi}{2} + k\pi \vee \pm\arccos\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) + 2k\pi\right]$
●●○

298 $\left|\dfrac{2 + \cos x}{1 - \cos x}\right| = 1$ $\left[\pm\frac{2}{3}\pi + 2k\pi\right]$
●●○

299 $\left|\dfrac{\cos(8x) + \cos(4x)}{\mathrm{sen}(10x) - \mathrm{sen}(2x)}\right| = 1$ $\left[\pm\frac{\pi}{12} + k\pi \vee \pm\frac{5}{12}\pi + k\pi\right]$
●●●

300 $|\mathrm{sen}\,x - \cos x| = 1$ $\left[\frac{k}{2}\pi\right]$
●●●

563 $\dfrac{\operatorname{sen}(2x)}{2\cos x-\sqrt{3}} \leqslant 0$ $\left[-\pi+2k\pi \leqslant x \leqslant -\frac{\pi}{2}+2k\pi \vee -\frac{\pi}{6}+2k\pi < x \leqslant 2k\pi \vee \frac{\pi}{6}+2k\pi < x \leqslant \frac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right]$
●○○

564 $(2-\operatorname{sen}(2x))\left(1-2\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)\right) \geqslant 0$ $\left[-2\pi+4k\pi \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{3}+4k\pi \vee \frac{5}{3}\pi+4k\pi \leqslant x < 2\pi+4k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right]$
●○○

565 $\dfrac{4\operatorname{sen}^2 x-3}{\tan x-\sqrt{3}} > 0$ $\left[-\pi+2k\pi \leqslant x < -\frac{2}{3}\pi+2k\pi \vee -\frac{2}{3}\pi+2k\pi < x < -\frac{\pi}{2}+2k\pi \vee -\frac{\pi}{3}+2k\pi < x < \frac{\pi}{3}+2k\pi \vee \frac{\pi}{3}+2k\pi < x < \frac{\pi}{2}+2k\pi \vee \frac{2}{3}\pi+2k\pi < x \leqslant \pi+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right]$
●○○

566 $\tan 2x(1-\sqrt{2}\cos x) \leqslant 0$ $\left[x=-\pi+2k\pi \vee -\frac{3}{4}\pi+2k\pi < x \leqslant -\frac{\pi}{2}+2k\pi \vee 2k\pi \leqslant x < \frac{\pi}{4}+2k\pi \vee \frac{\pi}{4}+2k\pi < x \leqslant \frac{\pi}{2}+2k\pi \vee \frac{3}{4}\pi+2k\pi < x < \pi+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right]$
●○○

567 $\dfrac{2\operatorname{sen}x-\sqrt{2}}{\cos(5x)} > 0$ $\left[-\pi+2k\pi \leqslant x < -\frac{9}{10}\pi+2k\pi \vee -\frac{7}{10}\pi+2k\pi < x < -\frac{\pi}{2}+2k\pi \vee -\frac{3}{10}\pi+2k\pi < x < -\frac{\pi}{10}+2k\pi \vee \frac{\pi}{10}+2k\pi < x < \frac{\pi}{4}+2k\pi \vee \frac{3}{10}\pi+2k\pi < x < \frac{\pi}{2}+2k\pi \vee \frac{7}{10}\pi+2k\pi < x < \frac{3}{4}\pi+2k\pi \vee \frac{9}{10}\pi+2k\pi < x < \pi+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right]$
●●○

568 $\dfrac{\operatorname{sen}(3x)}{\cos(2x)} \geqslant 0$ $\left[x=-\pi+2k\pi \vee -\frac{3}{4}\pi+2k\pi < x \leqslant -\frac{2}{3}\pi+2k\pi \vee -\frac{\pi}{3}+2k\pi \leqslant x < -\frac{\pi}{4}+2k\pi \vee 2k\pi \leqslant x < \frac{\pi}{4}+2k\pi \vee \frac{\pi}{3}+2k\pi \leqslant x \leqslant \frac{2}{3}\pi+2k\pi \vee \frac{3}{4}\pi+2k\pi < x < \pi+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right]$
●●○

---

496 $\operatorname{sen}x+\cos x+1 \geqslant 0$ $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi \leqslant x \leqslant \pi+2k\pi\right]$
●○○

497 $\cos x-\operatorname{sen}x-1<0$ $\left[2k\pi < x < \frac{3}{2}\pi+2k\pi\right]$
●○○

498 $\sqrt{3}\operatorname{sen}x \leqslant \cos x$ $\left[-\frac{5}{6}\pi+2k\pi \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{6}+2k\pi\right]$
●○○

499 $\cos x-(1+\sqrt{2})\operatorname{sen}x-1<0$ $\left[2k\pi < x < \frac{5}{4}\pi+2k\pi\right]$
●●○

500 $\operatorname{sen}x+\sqrt{3}\cos x-\sqrt{3}<0$ $\left[\frac{\pi}{3}+2k\pi < x < 2(k+1)\pi\right]$
●●○

501 $\operatorname{sen}x+(\sqrt{2}-1)\cos x+1<0$ $\left[\frac{5}{4}\pi+2k\pi < x < \frac{3}{2}\pi+2k\pi\right]$
●●○

502 $\sqrt{3}\operatorname{sen}x-\cos x+\sqrt{3} \leqslant 0$ $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi \leqslant x \leqslant -\frac{\pi}{6}+2k\pi\right]$
●●○

503 $\cos x+(2+\sqrt{3})\operatorname{sen}x-1 \leqslant 0$ $\left[\frac{5}{6}\pi+2k\pi \leqslant x \leqslant 2(k+1)\pi\right]$
●●○

504 $\sqrt{3}\operatorname{sen}x-\cos x \geqslant 2$ $\left[x=\frac{2}{3}\pi+2k\pi\right]$
●●○

505 $\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+(\sqrt{3}+2)\operatorname{sen}\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+1 \leqslant 0$ $\left[-\frac{7}{6}\pi+2k\pi \leqslant x \leqslant -\frac{\pi}{3}+2k\pi\right]$
●●●

506 $\operatorname{sen}x+2\cos x>1$ $\left[-\operatorname{arcsen}\frac{3}{5}+2k\pi < x < \frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$
●●●

507 $3\operatorname{sen}x-\cos x \geqslant 3$ $\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi \leqslant x \leqslant \arccos\left(-\frac{3}{5}\right)+2k\pi\right]$
●●●

Risolvi le seguenti disequazioni trigonometriche, applicando la procedura che ritieni più opportuna.

600 $\operatorname{sen}(2x) - 3\operatorname{sen}x \leqslant 0$ $[2k\pi \leqslant x \leqslant \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}]$

601 $\operatorname{sen}x \cos x + \frac{1}{2} \leqslant 0$ $\left[x = -\frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right]$

602 $\cos(2x) + 3\operatorname{sen}^2 x - 1 \leqslant 0$ $[x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}]$

603 $\operatorname{sen}^2 x + 2\operatorname{sen}x\cos x + 2\cos^2 x > 0$ $[\mathbb{R}]$

604 $2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x > 0$ $\left[-\pi + 2k\pi < x < -\frac{5}{6}\pi + 2k\pi \vee -\frac{\pi}{2} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi \vee \frac{5}{6}\pi + 2k\pi < x < \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right]$

605 $\sqrt{3}\tan^2 x + 3\tan x < 0$ $\left[-\frac{\pi}{3} + k\pi < x < k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right]$

606 $4\operatorname{sen}^2 x - 3 \geqslant 0$ $\left[\frac{\pi}{3} + k\pi \leqslant x \leqslant \frac{2}{3}\pi + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right]$

607 $\cos^2 x + 2\operatorname{sen}x < 1$ $[-\pi + 2k\pi < x < 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}]$

608 $\tan^2 x - 1 > 0$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{3}{4}\pi + k\pi \wedge x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right]$

609 $\operatorname{sen}x - \tan x \cos x < 3$ $\left[x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right]$

610 $2\cos^2(3x) > 1$ $\left[-\frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} < x < \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}\right]$

611 $\tan^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 3 \geqslant 0$ $\left[\frac{2}{3}\pi + k\pi \leqslant x \leqslant \pi + k\pi \wedge x \neq \frac{5}{6}\pi + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right]$

612 $\sqrt{3}\tan x\cos x + \cos x \leqslant 0$ $\left[-\pi + 2k\pi \leqslant x \leqslant -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \leqslant x < \pi + 2k\pi \wedge x \neq -\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right]$

613 $\operatorname{sen}x < 2 + \operatorname{sen}(-x)$ $\left[x \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right]$

614 $\cos x + \cos(2x) \geqslant 0$ $\left[x = -\pi + 2k\pi \vee -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right]$

615 $2\cos^2 x - 1 \leqslant 0$ $\left[\frac{\pi}{4} + k\pi \leqslant x \leqslant \frac{3}{4}\pi + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right]$

616 $2\operatorname{sen}^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 \leqslant 0$ $\left[-\frac{\pi}{2} + k\pi \leqslant x \leqslant k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right]$

593 $\sqrt{2\operatorname{sen}x + 1} \geqslant 1$ $[2k\pi \leqslant x \leqslant \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}]$

594 $\sqrt{1 - \cos x} \leqslant 0$ $[x = 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}]$

595 $\sqrt{\sqrt{2} - 2\operatorname{sen}x} \geqslant 0$ $\left[-\pi + 2k\pi \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{4} + 2k\pi \vee \frac{3}{4}\pi + 2k\pi \leqslant x < \pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right]$

596 $\sqrt{\tan x - 3} < 1$ $[\arctan 3 + k\pi \leqslant x < \arctan 4 + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}]$

582 $2|\operatorname{sen}x| - 1 \geqslant 0$ $\left[\frac{\pi}{6} + k\pi \leqslant x \leqslant \frac{5}{6}\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right]$

583 $|\operatorname{sen}x| - 1 < 0$ $\left[x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right]$

584 $2|\cos x| - \sqrt{3} < 0$ $\left[\frac{\pi}{6} + k\pi < x < \frac{5}{6}\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right]$

585 $|3 \tan x| - \sqrt{3} > 0$ $\left[\frac{\pi}{6} + k\pi < x < \frac{5}{6}\pi + k\pi \wedge x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right]$

586 $\sqrt{2} - 2|\operatorname{sen}x| \geqslant 0$ $\left[-\frac{\pi}{4} + k\pi \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right]$

587 $|4 \cos x| - 1 \leqslant 0$ $\left[\arccos\left(\frac{1}{4}\right) + k\pi \leqslant x \leqslant \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right]$

588 $|\operatorname{sen}(2x)| - \frac{1}{3} < 0$ $\left[\frac{1}{2} \operatorname{arcsen}\left(-\frac{1}{3}\right) + k\frac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \frac{1}{2} \operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{3}\right) + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right]$

589 $2\left|\tan \frac{x}{2}\right| - 5 \geqslant 0$ $\left[2 \arctan\left(\frac{5}{2}\right) + 2k\pi \leqslant x \leqslant 2\pi - 2 \arctan\left(\frac{5}{2}\right) + 2k\pi \wedge x \neq \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right]$

590 $|2 \cos(3x)| < \sqrt{2}$ $\left[\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right]$

591 $|\cos^2(4x) - 1| \geqslant \frac{3}{4}$ $\left[\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{4} \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\right]$

592 $|\tan^2(3x) - 2| \geqslant 1$ $\left[-\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \vee \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} \leqslant x \leqslant \frac{2}{9}\pi + \frac{k\pi}{3} \wedge x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right]$

Determina il dominio delle seguenti funzioni.

508 $f(x) = \frac{2 \cos x + 1}{\sqrt{\operatorname{sen}x - \cos x - 1}}$ $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi < x < \pi + 2k\pi\right]$

509 $f(x) = \frac{\sqrt{\operatorname{sen}x + \sqrt{3} \cos x}}{x^2}$ $\left[-\frac{\pi}{3} + 2k\pi \leqslant x \leqslant \frac{2}{3}\pi + 2k\pi \wedge x \neq 0\right]$

510 $f(x) = \frac{\sqrt{\operatorname{sen}x - \cos x - \sqrt{2}}}{x + 1}$ $\left[x = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi\right]$

511 $f(x) = \frac{\sqrt{1 + \cos(2x)}}{\sqrt{\operatorname{sen}x + 3 \cos x - 1}}$ $\left[-\arctan \frac{4}{3} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$

Determina il dominio delle seguenti funzioni.

204 $f(x) = \frac{4x^2}{\cos x - \operatorname{sen}(-x)}$ $\left[x \neq \frac{3}{4}\pi + k\pi\right]$

205 $f(x) = -\frac{6}{1 - \cos x - \sqrt{3} \operatorname{sen}x}$ $\left[x \neq \frac{2}{3}\pi + 2k\pi \wedge x \neq 2k\pi\right]$

206 $f(x) = \frac{1}{\tan x} - \frac{\operatorname{sen}x}{\sqrt{3} \cos x - \operatorname{sen}x - 1}$ $\left[x \neq \frac{\pi}{6} + 2k\pi \wedge x \neq k\frac{\pi}{2}\right]$

207 $f(x) = \frac{\cos x}{\cos(5x) - \operatorname{sen}(5x) + 5}$ $[\mathbb{R}]$

208 $f(x) = \frac{\tan(2x)}{\operatorname{sen}x - (\sqrt{2} - 1) \cos x - \sqrt{2} + 1}$ $\left[x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \wedge x \neq \pi + 2k\pi\right]$

Risolvi i seguenti problemi senza risolvere equazioni o disequazioni trigonometriche.

308 Un triangolo isoscele ha l'angolo al vertice di 120° ed è inscritto in una circonferenza di raggio $6a$. Calcolane l'area. $[9 \cdot \sqrt{3}a^2]$

309 Risolvi il triangolo ABC sapendo che $\frac{a}{b} = 1$, $\gamma = \frac{2}{3}\pi$ e $c = \sqrt{3}$. $\left[\alpha = \frac{\pi}{6}; \beta = \frac{\pi}{6}; a = b = 1\right]$

310 Sia ABC un triangolo isoscele di base AB. Sapendo che il rapporto tra il raggio della circonferenza circoscritta e $\overline{AB}$ è $\frac{1}{\sqrt{3}}$, trova tutti gli angoli di ABC. Il triangolo è risolubile in modo univoco? $[A\widehat{C}B = C\widehat{A}B = C\widehat{B}A = 60°$ oppure $A\widehat{C}B = 120°$ e $C\widehat{A}B = C\widehat{B}A = 30°]$

311 Sia $ABCD$ un parallelogramma con diagonale $BD = 48$ cm e tale che $D\widehat{A}B = 60°$ e $D\widehat{B}A = 45°$. Trova il semiperimetro di $ABCD$. $[24(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ cm$]$

312 Sia $ABCD$ un parallelogramma; le due diagonali BD e AC misurano rispettivamente 2 cm e 4 cm e formano quattro angoli tali che uno di essi è il doppio di un altro di essi. Trova il perimetro di $ABCD$. $[2(\sqrt{3}+\sqrt{7})]$

313 Un triangolo ABC è inscritto in una circonferenza di raggio 2. Sapendo che l'angolo al centro che insiste sull'arco $\widehat{AB}$ è $\frac{\pi}{2}$, e quello sull'arco $\widehat{BC}$ è $\frac{\pi}{3}$, calcola il perimetro e l'area del triangolo ABC. $[2+\sqrt{6}+3\sqrt{2}; \sqrt{2(2+\sqrt{3})} = 1+\sqrt{3}]$

314 Dato un triangolo equilatero ABC il cui lato misura 24, prolunga il lato BC dalla parte di C di un segmento CD in modo che $C\widehat{D}A = \frac{\pi}{4}$. Calcola l'area del triangolo ACD. $[72(3-\sqrt{3})]$

315 In una circonferenza di centro O la corda AB misura $6\sqrt{2}$ cm e l'angolo alla circonferenza che insiste sull'arco $\widehat{AB}$ è di 45°. Disegna la corda BC, sapendo che il relativo angolo al centro misura 120° e comprende $A\widehat{O}B$. Calcola, infine, il perimetro del triangolo ABC. $[3\sqrt{2}+3\sqrt{6}+6\sqrt{3}]$

316 Sia $ABCDE$ un pentagono regolare inscritto in una circonferenza di raggio $r = 1$. Siano AB e EA due lati consecutivi. Trova il quoziente tra la misura di BE e la misura del lato del pentagono e verifica che:

$$\left(\frac{BE}{AB}\right)^2 + AB^2 = 4$$

$\left[2\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)\right]$

317 Sia $ABCD$ un quadrato di lato 10 cm e considera il parallelogramma $ABEC$. Sia H il punto di intersezione tra le diagonali del parallelogramma. Risolvi il triangolo AHC. $\left[\overline{HC} = 5 \text{ cm}, \overline{AC} = 10\sqrt{2}, \overline{AH} = 5\sqrt{5}, A\widehat{C}H = 45°, C\widehat{A}H = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right), C\widehat{H}A = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)\right]$

318 Un triangolo isoscele ha gli angoli adiacenti alla base di 30° e i due lati congruenti lunghi 1cm. Calcola il raggio della circonferenza inscritta. $\left[\frac{3}{6+4\sqrt{3}} \text{ cm}\right]$

319 In una circonferenza di raggio 1, considera una corda AB di lunghezza $\sqrt{3}$. Sull'arco maggiore AB prendi un punto C e indica con x l'angolo $A\widehat{B}C$. Sulla corda BC prendi un punto H tale che CH è congruente a AC. Esprimi il perimetro di ACH in funzione di x. $[6 \operatorname{sen} x]$

320 Due circonferenze C_1 e C_2 sono tangenti internamente. Il raggio della circonferenza più grande C_1 è uguale a 12 e la sua corda AB, perpendicolare alla retta che congiunge i due centri e tangente C_2, misura $12\sqrt{2}$. Quanto vale il raggio r di C_2? $[6-3\sqrt{2}]$

321 È dato un triangolo ABC in cui $a = \sqrt{3}$, $c = 2\sqrt{3}$ e $\beta = \frac{\pi}{3}$. Per i vertici A, B e C traccia le rette parallele ai rispettivi lati opposti, quindi calcola il perimetro del triangolo individuato dalle tre rette che hai tracciato. $[6+6\sqrt{3}]$

322 In un parallelogramma $ABCD$ i lati misurano $6a$ e $10a$ e gli angoli 60° e 120°. Calcola perimetro e area del quadrilatero che ottieni congiungendo i punti medi dei lati. $[(14+2\sqrt{19})a; 15\sqrt{3}a^2]$

Risolvi i seguenti problemi, nei quali dovrai risolvere equazioni e disequazioni goniometriche.

331 Sia ABC un triangolo con $\overline{AB} = 5$ e $\overline{BC} = 10$. Quanto deve valere l'angolo $A\hat{B}C$ affinché l'area del triangolo sia maggiore di $\frac{25}{2}$?

$\left[\frac{\pi}{6} < A\hat{B}C < \frac{5}{6}\pi\right]$

332 Sia ABC un triangolo con $\overline{AB} = 3$ e $\overline{BC} = 4$. Quanto deve valere l'angolo $A\hat{B}C$ affinché l'area del triangolo sia minore di $3\sqrt{2}$?

$\left[0 < A\hat{B}C < \frac{\pi}{4} \vee \frac{3}{4}\pi < A\hat{B}C < \pi\right]$

333 Sapendo che il rapporto tra due lati di un triangolo a e b è pari a $\sqrt{2}$ e sapendo che l'angolo opposto ad a è $\alpha = \frac{\pi}{6}$, determina l'angolo β opposto a b. $\left[\beta = \operatorname{arcsen}\frac{\sqrt{2}}{4}\right]$

334 Considera un triangolo acutangolo ABC con le consuete notazioni per lati e angoli. Supponi che $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ e che $c = 12$. Quanto deve valere γ affinché l'area del triangolo sia pari a 40? $\left[\gamma = \operatorname{arcsen}\left(\frac{3\sqrt{30}}{25}\right) - 41°\right]$

335 A partire dalla formula dell'area di un triangolo qualsiasi, trova una formula per l'area di un parallelogramma qualsiasi (di lati a, b, c, d consecutivi).

$[A = a \cdot b \cdot \operatorname{sen}\gamma,\ \gamma$ angolo compreso tra a e $b]$

336 Siano $P(\cos\alpha; \operatorname{sen}\alpha)$ e $Q(\cos(\pi-\alpha); \operatorname{sen}(\pi-\alpha))$ due punti sulla circonferenza goniometrica. Per quali valori di $\alpha \in [0, 2\pi]$ il segmento PQ ha una lunghezza maggiore di 1?

$\left[0 \leq \alpha < \frac{\pi}{3} \vee \frac{2}{3}\pi < \alpha < \frac{4}{3}\pi \vee \frac{5}{3}\pi < \alpha \leq 2\pi\right]$

337 Sia $P(\cos\alpha; \operatorname{sen}\alpha)$ un punto sulla circonferenza goniometrica. Per quali valori di $\alpha \in [0, 2\pi]$ la somma delle sue coordinate vale $\sqrt{2}$? $\left[\frac{\pi}{4}\right]$

338 Sia $P(\cos\alpha; \operatorname{sen}\alpha)$ un punto sulla circonferenza goniometrica e sia H la sua proiezione sull'asse x. Per quali valori di $\alpha \in [0, 2\pi]$ l'area del triangolo OHP è pari a $\frac{\sqrt{3}}{8}$?

$\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi, \frac{11}{6}\pi\right]$

339 Sia $P(\cos\alpha; \operatorname{sen}\alpha)$ un punto sulla circonferenza goniometrica e sia H la sua proiezione sull'asse x. Per quali valori di $\alpha \in [0, 2\pi]$ l'area del triangolo non degenere OHP è superiore a $\frac{\sqrt{3}}{8}$?

$\left[\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3} \vee \frac{2}{3}\pi < \alpha < \frac{5}{6}\pi \vee \frac{7}{6}\pi < \alpha < \frac{4}{3}\pi \vee \frac{5}{3}\pi < \alpha < \frac{11}{6}\pi\right]$

340 Sia $P(\cos\alpha; \operatorname{sen}\alpha)$ un punto sulla circonferenza goniometrica. Determina $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ affinché l'area del rettangolo inscritto nella circonferenza, avente un vertice in P e i lati paralleli agli assi cartesiani, sia maggiore di $\frac{1}{5}$.

$\left[\frac{1}{2}\operatorname{arcsen}\frac{1}{10} < \alpha \leq \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\operatorname{arcsen}\frac{1}{10}\right]$

341 In una circonferenza di raggio $\frac{\sqrt{6}}{3}$, determina quale ampiezza α deve avere un angolo alla circonferenza affinché la corda da esso individuata possa essere la base minore di un trapezio isoscele che ha per base maggiore l'opportuno diametro e area pari a $\cos\alpha$.

$\left[\alpha = \frac{\pi}{6} \vee \alpha = \frac{5}{6}\pi\right]$

222 Su una circonferenza di diametro $AB = 2r$ considera una corda PQ perpendicolare al diametro. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\hat{A}P$ le aree del triangolo APQ e del triangolo BPQ e stabilisci per quale valore di x l'area di APQ è il triplo di quella di BPQ.

$\left[2r^2\cos^2 x\operatorname{sen}(2x),\ 0 < x < \frac{\pi}{2};\ 2r^2\operatorname{sen}^2 x\operatorname{sen}(2x),\ 0 < x < \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}\right]$

223 In una circonferenza di raggio r disegna una corda AB di lunghezza $r\sqrt{3}$. Considera poi sulla circonferenza un punto P e traccia la corda AP. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\hat{A}P$ la quantità $F(x) = AP^2 - AB^2 - BP^2$ e stabilisci per quali valori di x essa si annulla.

$\left[F(x) = 2r^2\sqrt{3}\operatorname{sen}x\cos x - 6r^2\operatorname{sen}^2 x,\ 0 < x < \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{6}\right]$

224 In un triangolo ABC l'angolo $C\hat{A}B$ è il doppio dell'angolo $A\hat{B}C$ e il lato AB misura a. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $A\hat{B}C$ le misura dei lati BC e AC e stabilisci per quali valori di x la lunghezza di AC supera quella di BC.

$\left[\frac{\operatorname{sen}(2x)}{\operatorname{sen}(3x)}a,\ 0 < x < \frac{\pi}{3}; \frac{\operatorname{sen}x}{\operatorname{sen}(3x)}a,\ 0 < x < \frac{\pi}{3};\ \text{impossibile}\right]$

227 Nel quadrato $ABCD$ di lato a considera sulla diagonale BD un punto P e congiungilo con il vertice A.
●● a. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\widehat{A}P$ il rapporto tra le lunghezze di BP e PD e stabilisci per quali valori di x esso è maggiore di 2. $\left[\tan x,\ 0 < x < \frac{\pi}{2};\ \arctan 2 < x < \frac{\pi}{2}\right]$

b. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\widehat{A}P$ le lunghezze dei segmenti AP e BP e stabilisci per quali valori di x si ha che $AP > \sqrt{2}\ BP$. $\left[AP = \frac{a}{\cos x + \operatorname{sen} x},\ BP = \frac{\sqrt{2}a \operatorname{sen} x}{\cos x + \operatorname{sen} x},\ 0 < x < \frac{\pi}{2};\ 0 < x < \frac{\pi}{6}\right]$

228 Nel quadrato $ABCD$ di lato 2 traccia la semicirconferenza di diametro AB e interna al quadrato. Su di essa considera un punto P. Congiungilo con i quattro vertici del quadrato.
●● a. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\widehat{A}P$ l'area del triangolo CDP, traccia il grafico della funzione ottenuta e stabilisci per quale valore di x l'area è minima. $\left[2 - \operatorname{sen}(2x),\ 0 < x < \frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{4}\right]$

b. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\widehat{A}P$ il rapporto tra le aree dei triangoli BCP e APD, traccia il grafico della funzione ottenuta e stabilisci per quale valore di x esso vale 3. $\left[\tan^2 x,\ 0 < x < \frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{3}\right]$

229 Nel quadrato $ABCD$ di lato a considera sul lato BC un punto P e congiungilo con il vertice A. Prolunga poi il segmento AP dalla parte di P di un segmento PQ di lunghezza a.
●● a. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\widehat{A}P$ l'area del triangolo PQC e stabilisci per quale valore di x essa è uguale a $\frac{\sqrt{3}-1}{4}a^2$. $\left[\frac{a^2}{2}(\cos x - \operatorname{sen} x),\ 0 < x < \frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{6}\right]$

b. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\widehat{A}P$ la quantità $F(x) = BQ^2 - PQ^2 - BP^2$ e stabilisci per quale valore di x essa è uguale a $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. $\left[F(x) = 2a^2 \tan x \operatorname{sen} x,\ 0 < x < \frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{6}\right]$

230 In una circonferenza di raggio r considera una corda AB di lunghezza $\sqrt{2}r$ e un punto P sul maggiore dei due archi AB. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\widehat{A}P$ l'area del triangolo ABP e stabilisci per quali valori di x essa è maggiore di r^2.
●● $\left[\operatorname{sen} x(\cos x + \operatorname{sen} x)r^2,\ 0 < x < \frac{3}{4}\pi;\ \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}\right]$

231 In una circonferenza di raggio 1 considera una corda AB di lunghezza $\sqrt{2}$ e un punto P sul maggiore dei due archi AB. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\widehat{A}P$ la lunghezza $L(x)$ del segmento AP, traccia il grafico di $L(x)$ e stabilisci per quali valori di x essa è uguale a $\sqrt{2}$.
●● $\left[L(x) = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{3}{4}\pi - x\right),\ 0 < x < \frac{3}{4}\pi;\ \frac{\pi}{2}\right]$

232 In una circonferenza di raggio r considera una corda AB di lunghezza r e un punto P sul maggiore dei due archi AB. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\widehat{A}P$ l'area del triangolo ABP e stabilisci per quali valori di x essa è maggiore di $\frac{\sqrt{3}}{2}r^2$.
●● $\left[\operatorname{sen} x(\sqrt{3} \operatorname{sen} x + \cos x)\frac{r^2}{2},\ 0 < x < \frac{5}{6}\pi;\ \frac{\pi}{3} < x < \frac{2}{3}\pi\right]$

233 In una circonferenza di raggio 1 considera una corda AB di lunghezza 1 e un punto P sul maggiore dei due archi AB. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\widehat{A}P$ la lunghezza $L(x)$ del segmento AP, traccia il grafico di $L(x)$ e stabilisci per quali valori di x essa è uguale a 1.
●● $\left[L(x) = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{5}{6}\pi - x\right),\ 0 < x < \frac{5}{6}\pi;\ \frac{2}{3}\pi\right]$

234 Considera il quadrato $ABCD$ di lato 1 e traccia la circonferenza a esso circoscritta. Sul lato BC prendi un punto P, congiungilo con A e indica con Q il punto di intersezione tra la circonferenza e il prolungamento di AP. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\widehat{A}P$ la lunghezza $L(x)$ del segmento AQ e traccia il grafico di $L(x)$.
●● $\left[L(x) = \sqrt{2} \operatorname{sen}\left(\frac{3}{4}\pi - x\right),\ 0 < x < \frac{\pi}{4}\right]$

235 Considera il quadrato $ABCD$ di lato a. Sul lato BC prendi un punto P e congiungilo con A. Esprimi in funzione della misura x dell'angolo $B\widehat{A}P$ l'area del triangolo ACP e stabilisci per quale valore di x essa è uguale a $\frac{a^2}{4}$.
●● $\left[(1 - \tan x)\frac{a^2}{2},\ 0 < x < \frac{\pi}{4};\ \arctan\frac{1}{2}\right]$

236 In un quadrato $ABCD$ di lato 1 traccia l'arco di circonferenza BD di centro A e raggio AB. Sull'arco BD considera un punto P. Esprimi in funzione della misura $2x$ dell'angolo $B\widehat{A}P$ la lunghezza $L(x)$ del segmento PD, traccia il grafico di $L(x)$ e stabilisci per quale valore di x esso è uguale a 1.
●● $\left[L(x) = \sqrt{2}(\cos x - \operatorname{sen} x) = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4} - x\right),\ 0 < x < \frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{12}\right]$

PREREQUISITI

74 $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$ $[x = 1 \text{ oppure } x = 2]$

75 $100^{2z} + 100^z \cdot (1 - \sqrt{10}) - \sqrt{10} = 0$ $\left[z = \frac{1}{4}\right]$

76 $3^{3x} - 6 \cdot 3^{2x} + 12 \cdot 3^x - 8 = 0$ $[x = \log_3 2]$

77 $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x} + 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 8\left(\frac{2}{3}\right)^x + 4 = 0$ [Impossibile]

78 $e^{3u} - 6e^{2u} + 11e^u - 6 = 0$ $[u = 0, u = \ln 2 \text{ oppure } u = \ln 3]$

79 $e^x(e^x - 3) - 5e^x + 7 = 0$ $[x = 0 \text{ oppure } x = \ln 7]$

80 $3^x(3^x - 6)(3^x - 1) - (3^x + 1)^3 + 3^x(5 \cdot 3^x - 1) = 0$ [Impossibile]

81 $\dfrac{10^t - 3}{10^t - 4} = 7$ $\left[t = \operatorname{Log}\left(\frac{25}{6}\right)\right]$

82 $\dfrac{e^y - 12}{e^y + 2} - \dfrac{e^y + 3}{e^y - 1} = 2$ $[y = \ln(\sqrt{30} - 5)]$

83 $\dfrac{1}{5^x} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{6}{5^x - 1} - \dfrac{4}{5^x}$ $[x = 1]$

84 $\dfrac{4 \cdot 2^{2x}}{2^x - 1} - \dfrac{17 \cdot 2^x}{2^x + 1} = \dfrac{30 \cdot 2^x - 4}{2^{2x} - 1}$ $[x = \pm 2]$

86 $10^{3^{5x-7}} = 6$ $\left[\frac{1}{5}(\log_3(\operatorname{Log} 6) + 7)\right]$

87 $e^{2^{4x+2}} = \dfrac{5}{6}$ [Impossibile]

88 $2^y \cdot 3^{2y} - 4 \cdot 6^y - 3^{y+2} + 36 = 0$ $[y = \log_3 4 \text{ oppure } y = \log_6 9 = 2\log_6 3]$

89 $\dfrac{e^{2x^2}}{e^{2x^2} + 1} + \dfrac{12}{e^{4x^2} + e^{2x^2}} = \dfrac{7}{e^{2x^2} + 1}$ $\left[x = \pm\sqrt{\ln 2} \text{ oppure } x = \pm\frac{1}{2}\sqrt{2 \ln 3}\right]$

90 $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}} \cdot 2^{x+1} = 4^{\frac{3}{2}x}$ $[x = 0]$

91 $-\sqrt{3} + 3^{t^2 - t + \frac{1}{2}} \cdot t + t^2 \cdot \dfrac{3^{t^2}}{3^t} = t^2 - 3^{t^2 - t}(\sqrt{3} + t) + t(\sqrt{3} + 1)$ $[t = -\sqrt{3}, t = 0 \text{ oppure } t = \pm 1]$

92 $5^{|x^2 - 3|} - 1 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-\log_5 24}$ $[x = \pm 1 \text{ oppure } x = \pm\sqrt{5}]$

93 $(3^x + 1)^3 4^x + (27^x + 1)x^2 = 12^{x + 2\log_{12}\sqrt{3}}(1 + 3^x)$ [Impossibile]

94 $\dfrac{2^{x+1} - 2^{\frac{x}{2}+2} - 9}{2^x \cdot (\sqrt{2})^x + 8} - \dfrac{1}{\sqrt{2^x} + 2} = \dfrac{1 - (\sqrt{2})^x}{2^x + 2(2 - 2^{\frac{x}{2}})}$ $[x = 2\log_2 3]$

95 $\dfrac{125^{\frac{x^2}{3} + 2x}}{2^x \cdot 5^{x^2}} = \sqrt{\dfrac{10^{6x+1}}{4^{6x-1}}}$ $\left[x = \frac{1 + \log_5 8}{6 + \log_5 16} = \frac{1 + 3\log_5 2}{6 + 4\log_5 2}\right]$

303 $\begin{cases} \left[\log_{\sqrt{3}}(17\cdot 2^{2x-1}-1)+\log_{\frac{\sqrt{3}}{3}}(4^{x+1}-1)\right]^2+4\log_3\frac{17\cdot 2^{2x-1}-1}{4^{x+1}-1}-8=0 \\ \log_9(16^{1-x}+32)=2 \end{cases}$ $[x=1-\log_4 7]$

304 $\begin{cases} 27^{\mathrm{Log}(-2x-x^2)}-9^{\mathrm{Log}(-2x-x^2)+\frac{1}{2}}+3^{1+\mathrm{Log}\,(-2x-x^2)}-1=0 \\ \mathrm{Log}\left(11^{x+3}-10\cdot\sqrt{11}^{x+3}-1\right)=1 \end{cases}$ $[x=-1]$

305 $\begin{cases} \log_{\sqrt{6}}(e^{3x-3}-6e^{2x-2}+11e^{x-1})=2 \\ e^x(x-1)-\ln(2^{e^x-e})=ex-e \end{cases}$ $[x=1,\ x=1+\ln 2]$

274 $3^{(1+\log_2 x)^2}\cdot 9^{2+\log_8 x}=81^{\log_4 x+\frac{4}{3}}$ $\left[x=\frac{1}{2},\ x=\sqrt[3]{2}\right]$

275 $9\cdot 6^{(\log_2 x)^2+\log_2(x^3)+4}-27^{\log_8 x+1}\cdot 3^{(2+\log_2 x)^2-1}=2^{(\log_2 x)^2-1}\cdot 32^{\log_2 x+1}-1$ $\left[x=\frac{1}{16},\ x=\frac{1}{8},\ x=\frac{1}{4},\ x=\frac{1}{2}\right]$

276 $e^{\sqrt{\mathrm{Log}\,(x+1)+1}}=\sqrt[3]{e^{\mathrm{Log}(x+1)+3}}$ $[x=0,\ x=999]$

278 $\mathrm{Log}\,(2^{2x}-9\cdot 2^x+18)=1$ $[x=0,\ x=3]$

279 $\log_3(3\cdot 5^{2x}+12\cdot 5^x+12)=2$ [Impossibile]

280 $\log_3(5^x+2)+\log_3(3\cdot 5^x+6)=7$ $[x=2]$

281 $\log_2(3^{x-3}-1)-\log_4(5\cdot 3^{2x-7}-7)=-\frac{1}{2}$ $[x=4,\ x=5]$

282 $\frac{1}{2}\log_5(11^{x-1}+1)-(x-1)\log_5 11=\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{11^{x-2}}{1-11^{x-2}}\right)$ $[x=1+\log_{11} 8]$

283 $\frac{3^{1+2\log_4(2y-1)}-7}{3^{2+\log_2(2y-1)}-1}=\frac{1}{4},\qquad 2^{\mathrm{Log}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2}-5\cdot\frac{2^{\mathrm{Log}(1-x)}}{2^{\mathrm{Log}(1+x)}}+2^2=0$ $\left[y=\frac{5}{2};\ x=0,\ x=-\frac{99}{101}\right]$

192 $4(\log_{16}x)^3+9(\log_{16}x)^2+6\log_{16}x+1=0$ $\left[x=\frac{1}{16}\text{ o }x=\frac{1}{2}\right]$

193 $(\log_3 x)^3+4(\log_3 x)^2-20\log_3 x-48=0$ $\left[x=\frac{1}{729},\ x=\frac{1}{9}\text{ o }x=81\right]$

194 $(1-\log_2 x)^3=(\log_2 x)\cdot\left[2-(\log_2 x)^2\right]-1$ $[x=2\text{ o }x=\sqrt[3]{4}]$

195 $\log_2(x^2)+(1-\log_2 x)^2=x^2+(x+2)(2-x)+6$ $\left[x=\frac{1}{8}\text{ o }x=8\right]$

Risolvi i seguenti sistemi:

299 $\begin{cases} 2^{1-x^2} = \dfrac{1}{8} \\ \log_5(x^2 - x - 1) = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} 9^{-t} - 4 \cdot 3^{1-t} + 27 = 0 \\ \log_2(t^2 - 2t) = \log_2(t+4) \end{cases}$ $[x = -2;\ t = -1]$

300 $\begin{cases} \log_2(x+2)^2 = [\log_2(x+2)]^2 \\ 3^{5^{x^2-3}-1} = 81 \end{cases}$ $\begin{cases} 125^{2t} \cdot 3^{3-2t} = 5^{2t-5} \cdot 9^{t+4} \\ \log_4\left(\log_3(t-1) - \log_3(t+1)\right) = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ $[x = 2;\ \text{impossibile}]$

301 $\begin{cases} 2^{t-2} + 2^{4-t} - 5 = 0 \\ \log_7(t^3 - 5t^2 + 6t) = 3\log_7(t-2) \end{cases}$ $\begin{cases} 3^{\log_5(x+1)} = 5^{\left(\log_3 \sqrt[4]{x+1}\right)^{-1}} \\ (25x+25)^{x^2-23x-24} = 1 \end{cases}$ $\left[t = 4;\ x = -\dfrac{24}{25},\ x = 24\right]$

302 $\begin{cases} 9^{(\log_4 x)^2} \cdot \left(3^{\log_2 \sqrt{x}}\right)^5 = \dfrac{1}{27} \\ \log_5\sqrt{e^{-x} - 1} + \log_{25}(e^{-x+1} + 2) + \log_{\frac{1}{25}}(e^{-2x+2} - 4) = 1 \end{cases}$ [Impossibile]

---

68 $3^{2x+1} - 28 \cdot 3^x + 9 > 0,\quad \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2x} + \left(\dfrac{1}{2}\right)^x - 20 < 0$ $[x < -1 \text{ oppure } x > 2;\ x > -2]$

69 $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 < 0,\quad 7^{3x} - 7^{2x+1} + 12 \cdot 7^x > 0$ $[1 < x < \log_2 3;\ x < \log_7 3 \text{ o } x > \log_7 4]$

70 $11^{2x} + 7 \cdot 11^x + 6 \geq 0,\quad e^{2x} - 8 \cdot e^x + 15 < 0$ $[\text{Qualsiasi } x;\ \ln 3 < x < \ln 5]$

71 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2x-2} + 2 < 9\left(\dfrac{1}{2}\right)^x,\quad 5 \cdot 3^{3x} + 3^{2x+1} + 1 < 3^x$ $[-1 < x < 2;\ \text{impossibile}]$

72 $9^{3x} - 3 \cdot 9^{2x} + 9^x < 3,\quad 2^{4x} - 2^{3x+2} + 3 \cdot 2^{2x+1} - 4 \cdot 2^x + 1 \leq 0$ $\left[x < \dfrac{1}{2};\ x = 0\right]$

73 $(9^x - 1)(3^{x+1} + 2) \leq 88$ $[x \leq 1]$

74 $2^{2x} - 2^3 \leq -2^{4-2x}$ $[x = 1]$

75 $3(1 - 2^{\frac{x}{3}})2^{\frac{x}{3}} > 1 - 2^x$ $[x > 0]$

76 $(9^x - 2)(3^{x+1} + 2) < -5$ $\left[\log_3 \dfrac{\sqrt{37} - 5}{6} < x < 0\right]$

77 $(3^x - 2)(3^x + 1 + 2^x) < 6^x - 2^{x+1}$ $[x < \log_3 2]$

78 $2^{3x} + 8 > 3(2^{2x} + 2^{x+1})$ $[x < 0 \text{ oppure } x > 2]$

79 $15e^{-4x}(e^{-4x} + 1) + 6e^{-2x}(e^{-8x} + 1) \geq -1 - \dfrac{20}{e^{6x}} - e^{-12x}$ [Qualsiasi x]

80 $\dfrac{5^{2x} - 26 \cdot 5^x - 25(e-1) + 5^2 e}{25 - 5^x} > e$ [Impossibile]

274 $\operatorname{Log}(2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 18) > 1$ $[x < 1 \text{ e } x > 2]$

275 $\log_2\left(e^{2x} + \sqrt{2}e^x - 1\right) < \frac{1}{2}$ $\left[\ln\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\right) < x < 0\right]$

276 $\log_{\frac{1}{3}}(10^{2x} - 10^x + 9) \leq -2$ $[x \geq 0]$

277 $\log_{\frac{1}{2}}(e^{2x} - 6e^x + 7) > -1$ $[0 < x < \ln(3-\sqrt{2}) \text{ oppure } \ln(3+\sqrt{2}) < x < \ln 5]$

278 $\dfrac{4^{\log_3(5-x)} - 7}{2^{\log_3(5-x)} - 1} \leq 3$ $[-4 \leq x < 4]$

279 $e^{\operatorname{Log}(x^3-3x^2+9x-7)} + 5 \geq -6e^{-\operatorname{Log}(x^3-3x^2+9x-7)}$ $[x > 1]$

280 $5^{\log_7\left(\frac{1}{(x^2+3)^2}\right)} + 8 \cdot 5^{\log_7\left(\frac{1}{x^2+3}\right)} < 9$ [Qualsiasi x]

281 $e^{\operatorname{Log}\left((x+1)^4\right)} + 115e^{2\operatorname{Log}(x+1)} + 280 > 9e^{\operatorname{Log}(x+1)}\left(2e^{\operatorname{Log}\left((x+1)^2\right)} + 34\right)$ $[-1 < x < 10^{\ln 2} - 1 \text{ oppure } 10^{\ln 4} - 1 < x < 10^{\ln 5} - 1 \text{ oppure } x > 10^{\ln 7} - 1]$

168 $\log_3(4y+1) > 2,$ $\operatorname{Log}(13x+9) \leq 2$ $\left[y > 2;\ -\frac{9}{13} < x \leq 7\right]$

169 $\log_{\frac{5}{6}}\left(3x + \frac{1}{3}\right) < 1,$ $\log_2(3t^2 - 4t + 1) > 4$ $\left[x > \frac{1}{6};\ t < -\frac{5}{3} \text{ oppure } t > 3\right]$

170 $\log_2(5t-2) < 3,$ $\log_3(6t+1) \geq -1$ $\left[\frac{2}{5} < t < 2;\ t \geq -\frac{1}{9}\right]$

171 $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{4}\right) \leq 2,$ $\operatorname{Log}(4x - \sqrt[3]{10}) > \frac{1}{3}$ $\left[x > 0;\ x > \frac{\sqrt[3]{10}}{2}\right]$

172 $\log_2(x^2 + 2x) > 3,$ $\operatorname{Log}(x^2 + 9x + 24) < 1$ $[x < -4 \text{ oppure } x > 2;\ -7 < x < -2]$

173 $\log_5(x^2 - 5x + 19) \leq 2,$ $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^3 + x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{27}\right) > 3$ $\left[-1 \leq x \leq 6;\ -\frac{1}{3} < x < 0\right]$

174 $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x+15}{x+5}\right) < -\frac{1}{2},$ $\log_2\left(\frac{x-4}{x+3}\right) \geq 3$ $[-5 < x < 5\sqrt{3};\ -4 \leq x < -3]$

175 $\log_3(x^2 - 4x) \leq 2$ $\left[2 - \sqrt{13} \leq x < 0 \text{ oppure } 4 < x \leq 2 + \sqrt{13}\right]$

176 $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 1) \geq 2$ $\left[-\frac{\sqrt{10}}{3} \leq x < -1 \text{ oppure } 1 < x \leq \frac{\sqrt{10}}{3}\right]$

177 $\operatorname{Log}(x-5) + \operatorname{Log}(x^2+1) \leq 2,$ $[5 < x \leq 7]$

178 $\log_2(x-4) - \log_2(x+3) > 3$ [Impossibile]

179 $\log_2(x-1) + \log_2(3x-1) > 4$ $[x > 3]$

180 $\log_2(3x+2) \cdot \operatorname{Log}(9x-4) > 0$ $\left[x > \frac{5}{9}\right]$