	ISTITUTO ZACCARIA	MOD. 4.11 SCI
	PROGRAMMA LAVORO ESTIVO	REV. 07 dell'01.10.2015

DOCENTE SONIA ANTONELLI					
CLASSE	III	SEZIONE		ANNO SCOLASTICO	2023-2024
MATERIA	MATEMATICA				

LAVORO ESTIVO DA SVOLGERE	
LAVORO ESTIVO DA SVOLGERE **PER TUTTI GLI ALUNNI**	**PER GLI ALUNNI CON DEBITO**
Per chi è promosso con il 6 o con il 7: svolgere tutti gli esercizi PARI dal fascicolo "terza_scientifico_matematica_antonelli" che si trova su Google Drive. Per chi è promosso con 8 o 9: svolgere tutti gli esercizi CONTRASSEGNATI DA UN NUMERO MULTIPLO DI TRE dal fascicolo "Vacanze estive" che si trova su Google Drive. Gli esercizi devono essere svolti in "orizzontale" come spiegato in classe Occorrerà, prima di intraprendere l'esecuzione degli esercizi, studiare o ripassare anche la relativa parte di teoria. I compiti dovranno essere eseguiti su un quaderno e portati a scuola all'inizio dell'anno scolastico. La prima verifica del nuovo anno verterà sul programma di terza. Buone vacanze! Sonia Antonelli	Svolgere tutti gli esercizi del fascicolo dal nome "terza_scientifico_matematica_antonelli" che si trova su Google Drive. Gli esercizi devono essere svolti in "orizzontale" come spiegato in classe Occorrerà, prima di intraprendere l'esecuzione degli esercizi, studiare o ripassare anche la relativa parte di teoria. Gli esercizi dovranno essere fatti su un quaderno e consegnati il giorno dell'esame di settembre. Buone vacanze! Sonia Antonelli

Milano, 6 GIUGNO 2024 **Il Docente**

Sonia Antonelli

IPERBOLE

227 $\mathcal{I}$ di semiasse secondario $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ e semidistanza focale $\frac{4}{3}$; r_1 tangente a $\mathcal{I}$ in $\left(-\frac{4}{3};2\right)$; r_2 passante per il vertice di ascissa positiva di $\mathcal{I}$ e per il punto di $\mathcal{I}$ con ascissa negativa e ordinata 8.
$\left[\left(-\frac{10}{3};6\right)\right]$

228 $\mathcal{I}$ passante per $\left(5;\frac{4}{3}\right)$ e $(3;0)$; r_1 tangente a $\mathcal{I}$ con coefficiente angolare -1 e ordinata all'origine positiva; r_2 passante per $(6;2-2\sqrt{2})$ e parallela all'asintoto di $\mathcal{I}$ con coefficiente angolare positivo. $[(3\sqrt{2};-\sqrt{2})]$

229 $\mathcal{I}$ di eccentricità $\frac{\sqrt{13}}{3}$ e passante per $\left(-\frac{9}{2};1\right)$; r_1 tangente a $\mathcal{I}$ in $(6;2\sqrt{2})$; r_2 verticale sulla quale il ramo destro di $\mathcal{I}$ stacca un segmento di lunghezza 4.
$[(3\sqrt{3};2\sqrt{2}(\sqrt{3}-1))]$

230 $\mathcal{I}$ di eccentricità $\frac{7}{2}$ e con un vertice in $(-2;0)$; r_1 passante per $(2;1)$ e per il fuoco di $\mathcal{I}$ con ascissa negativa; r_2 l'asintoto di $\mathcal{I}$ con coefficiente angolare positivo. $\left[\left(\frac{14}{27\sqrt{5}-2};\frac{21\sqrt{5}}{27\sqrt{5}-2}\right)\right]$

231 $\mathcal{I}$ passante per i punti di ordinata 1 e 2 della retta $r: x+7y=10$; r_1 di coefficiente angolare $\frac{1}{7}$ che interseca $\mathcal{I}$ nel punto di ascissa 3 e ordinata negativa; r_2 tangente a $\mathcal{I}$ nel punto di ordinata -2 e ascissa positiva. $\left[\left(\frac{20}{7};-\frac{50}{49}\right)\right]$

232 $\mathcal{I}$ con asintoto $y=\frac{3}{5}x$ e semidistanza focale $\sqrt{34}$; r_1 tangente a $\mathcal{I}$ nel punto di ordinata 3 e ascissa positiva; r_2 orizzontale sulla quale $\mathcal{I}$ stacca un segmento di lunghezza 10. $\left[\left(\frac{5\sqrt{2}}{2};0\right)\right]$

233 $\mathcal{I}$ passante per $(-8;-1)$ e $(6;0)$; r_1 contenuta nell'unione dei primi due quadranti sulla quale $\mathcal{I}$ stacca un segmento di lunghezza 16; r_2 contenuta nell'unione del secondo e del terzo quadrante sulla quale $\mathcal{I}$ stacca un segmento di lunghezza 2. $[(-8;1)]$

234 $\mathcal{I}$ che interseca $r: 2x-y=1$ nei suoi punti P_1 di ascissa 2 e P_2 di ascissa 4; r_1 tangente a $\mathcal{I}$ in P_1; r_2 tangente a $\mathcal{I}$ in P_2. $\left[\left(\frac{13}{5};\frac{13}{3}\right)\right]$

235 $\mathcal{I}$ di eccentricità 2 con un fuoco in $F=(5;0)$; r_1 passante per F con coefficiente angolare $-\frac{1}{\sqrt{3}}$; r_2 passante per l'altro fuoco di $\mathcal{I}$ e parallela all'asintoto di $\mathcal{I}$ con coefficiente angolare positivo. $\left[\left(-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\sqrt{3}\right)\right]$

---

236 Trova l'iperbole $\mathcal{I}$ con centro in O, fuochi sull'asse delle ascisse, eccentricità $5/4$ e passante per $(8;3\sqrt{3})$. Determina la tangente r a $\mathcal{I}$ nel punto di $\mathcal{I}$ di ascissa 5 e ordinata negativa. Trova il punto C di intersezione tra r e l'asintoto di $\mathcal{I}$ con coefficiente angolare positivo.
$\left[\mathcal{I}: \frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1;\ r: 5x+4y=16;\ C=\left(2;\frac{3}{2}\right)\right]$

237 Considera l'insieme U dato dall'unione di $xy=3$ e $xy=-3$. Al variare di $d>0$, calcola area e perimetro del rettangolo i cui vertici sono le intersezioni di U con le rette $x=\pm d$. Cosa succede quando d diventa grande?
[$\mathcal{A}=12$; $2p=4(d+3/d)$; l'area rimane costante, il perimetro diventa grande]

238 Determina l'iperbole $\mathcal{I}$ avente centro nell'origine, fuochi sull'asse delle ordinate, semiasse focale $\sqrt{3}$ e passante per $A=(1;3)$. Trova il punto B di intersezione tra l'asse delle ascisse e la retta r passante per A il cui coefficiente angolare è il reciproco del quadrato del coefficiente angolare di un asintoto di $\mathcal{I}$. Traccia da A la perpendicolare a r e trova il suo punto C di intersezione con l'asse delle ascisse. Calcola il perimetro del triangolo ABC.
$\left[\mathcal{I}: y^2-6x^2=3;\ B=(-17;0);\ C=\left(\frac{3}{2};0\right);\ \frac{1}{2}(37+7\sqrt{37})\right]$

239 Determina l'iperbole equilatera $\mathcal{I}$ centrata nell'origine con asse focale verticale e semiasse secondario 1. Considera le rette tangenti ai punti A e B di $\mathcal{I}$ aventi ordinata 5 e chiama C il loro punto di intersezione. Calcola l'area del triangolo ABC e confrontala con quella del triangolo ABV dove V è il vertice di $\mathcal{I}$ avente ordinata positiva.

$$\left[y^2 - x^2 = 1; \mathcal{A}(ABC) = \frac{48}{5}\sqrt{6} > \mathcal{A}(ABV) = 8\sqrt{6}\right]$$

240 Determina l'iperbole $\mathcal{I}$ con centro nell'origine, un fuoco in $\left(0; \frac{2\sqrt{30}}{5}\right)$ e tangente alla retta $y = -2$. Trova la tangente r a $\mathcal{I}$ nel suo punto di ordinata 6 e ascissa positiva, e la perpendicolare a r passante per lo stesso punto. Calcola la lunghezza del segmento intercettato dagli assi su r.

$$\left[\mathcal{I}: y^2 - 5x^2 = 4; r: 3y - 2\sqrt{10}x = 2, 3x + 2\sqrt{10}y = \frac{72}{5}\sqrt{10}; \frac{7}{30}\sqrt{10}\right]$$

241 Considera l'ellisse $\mathcal{E}: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

ESAME DI STATO

a. Determina l'iperbole $\mathcal{I}$ avente gli stessi fuochi di $\mathcal{E}$ ed eccentricità 2.
b. Trova i 4 punti di intersezione tra $\mathcal{I}$ e $\mathcal{E}$. Verifica che in ogni punto di intersezione le tangenti alle due curve sono tra loro ortogonali.
c. Considera il quadrilatero delimitato dalle rette tangenti a $\mathcal{E}$ nei punti di intersezione, e quello delimitato dalle tangenti a $\mathcal{I}$ negli stessi punti. Calcola l'area $\mathcal{A}_1$ del primo e l'area $\mathcal{A}_2$ del secondo.
d. Stabilisci se la proprietà del secondo punto (tangenti ortogonali nei punti di intersezione) valga ogni volta che un'ellisse e un'iperbole hanno gli stessi fuochi.

[a. $\mathcal{I}: 3x^2 - y^2 = 12$; b. $\left(\pm\frac{5}{2}; \pm\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)$; in $\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\sqrt{3}\right)$ i coeff. ang. delle tangenti sono $-\frac{\sqrt{3}}{5}$ e $\frac{5}{\sqrt{3}}$, per gli altri punti usi le simmetrie; c. $\mathcal{A}_1 = 40\sqrt{3}$, $\mathcal{A}_2 = \frac{128}{5\sqrt{3}} \approx 14{,}8$; d. Sì]

242 Determina l'iperbole equilatera $\mathcal{I}$ centrata nell'origine con fuochi $\left(\pm\frac{4}{\sqrt{3}}; 0\right)$. Data la retta $r: y = mx$ con $0 < m < 1$, considera i punti di intersezione tra $\mathcal{I}$ ed r e i loro simmetrici rispetto all'asse delle ascisse. Calcola l'area del quadrilatero che ha tali punti come vertici e fai una previsione di come varia tale area per m che tende a 0.

$$\left[\mathcal{I}: 3x^2 - 3y^2 = 8; \mathcal{A} = \frac{32m}{3(1-m^2)}, \text{ che tende a } 0\right]$$

243 Determina l'iperbole $\mathcal{I}$ con centro nell'origine e asse focale orizzontale, passante per $A = (3; 1)$ e avente la retta $x + 2y = 0$ come asintoto. Trova poi l'equazione della parabola $\mathcal{P}$ avente asse coincidente con quello delle ascisse, passante per A e per $B = (-5; 3)$. Individua tutti i punti di intersezione tra $\mathcal{I}$ e $\mathcal{P}$. Calcola l'area del trapezio convesso individuato da tali punti. Infine determina i valori y_0 tali che l'intersezione della retta $y = y_0$ con $\mathcal{P}$ sia il punto medio del segmento che ha come estremi le intersezioni di $y = y_0$ con $\mathcal{I}$.

$$[\mathcal{I}: x^2 - 4y^2 = 5; \mathcal{P}: x = 4 - y^2; (3; \pm 1), (-7; \pm\sqrt{11}); \mathcal{A} = 10(1 + \sqrt{11}); y_0 = \pm 2]$$

244 Determina l'iperbole con centro nell'origine, asse focale coincidente con quello delle ascisse, tangente alla circonferenza $\mathscr{C}: x^2 + y^2 = 16$ e passante per $\left(2\sqrt{5}; \frac{3}{2}\right)$. Definisci A come il punto di $\mathscr{C}$ avente la massima ordinata, considera la tangente r a $\mathscr{C}$ in A e chiama B il punto di intersezione tra r e $\mathcal{I}$ di ascissa positiva. Trova la tangente s a $\mathcal{I}$ in B. Se C e D sono i punti di intersezione di s con $\mathscr{C}$, sapresti dire quanto vale il prodotto delle lunghezze BC e BD? (Prova a pensare alla relazione che hanno con AB.)

$$\left[\mathcal{I}: 9x^2 - 16y^2 = 144; s: 15x - 16y = 36; \overline{BC} \cdot \overline{BD} = \overline{BA}^2 = \frac{400}{9}\right]$$

382 Considera la parabola $y = 3x^2 - 24x + 50$ e indica con V il suo vertice. Nel fascio improprio delle rette con coefficiente angolare -1 determina quella che interseca $\mathcal{P}$ in due punti A e B in modo che il triangolo ABV abbia area $\frac{14}{3}$. $[x + y - 10 = 0]$

383 Determina la parabola $\mathcal{P}$ di equazione $y = 2x^2 - a^2$, con $a \in \mathbb{R}$, che in uno dei suoi punti di intersezione A con l'asse delle ascisse ha tangente t parallela alla retta $y = 4x$. Indica con r la perpendicolare a t in A e con B l'altro punto di intersezione, oltre ad A, tra r e $\mathcal{P}$. Chiama V il vertice di $\mathcal{P}$ e calcola il perimetro del triangolo ABV. $\left[y = 2x^2 - 2;\ 2p = \frac{17\sqrt{17} + 32\sqrt{5} + 9\sqrt{97}}{32}\right]$

384 Considera la parabola $\mathcal{P}: y = x^2 - 4x + 1$ e il suo punto A di ascissa 1. Trova la tangente r a $\mathcal{P}$ in A. Quindi determina la retta s parallela a r sulla quale $\mathcal{P}$ stacca un segmento BC di lunghezza $4\sqrt{5}$, calcola area e perimetro del triangolo ABC e trova i punti D su $\mathcal{P}$ tali che il triangolo BCD ha area uguale a quella di ABC. $[r: 2x + y = 0,\ s: 2x + y - 4 = 0,\ \mathcal{A}(ABC) = 8,$ $2p(ABC) = 2(1 + \sqrt{17} + 2\sqrt{5});\ D = (1 - 2\sqrt{2}; 6 + 4\sqrt{2})$ o $D = (1 + 2\sqrt{2}; 6 - 4\sqrt{2})]$

385 Considera le parabole $y = 3x^2 - 6x + 5$ e $y = -4x^2 + 4x + 5$. Determina la retta orizzontale sulla quale esse staccano corde della medesima lunghezza. Determina i loro punti A e B di intersezione e calcola l'area del triangolo OAB. $\left[y = \frac{26}{7};\ A = (0;5),\ B = \left(\frac{10}{7}; \frac{125}{49}\right); \frac{25}{7}\right]$

386 Trova i punti A e B di intersezione della parabola $y = -x^2 + 8x - 5$ con la retta $y = 2x$. Determina area e perimetro del trapezio rettangolo che ha come vertici A, B e le loro proiezioni sull'asse delle ascisse. $[(1;2),\ (5;10);\ \mathcal{A} = 24,\ 2p = 4(4 + \sqrt{5})]$

387 Trova l'area del quadrilatero convesso determinato dai quattro punti della parabola $y^2 = 3x + 4$ che distano $\frac{\sqrt{85}}{4}$ dal punto $(1;0)$, verificando che è un trapezio isoscele. $\left[\mathcal{A} = \frac{3}{4}(\sqrt{19} + 1)\right]$

388 Considera il fascio di parabole generato da $y = x^2 + 3x - 1$ e $y = 5x^2 - 6x - 1$. Verifica che tutte le parabole del fascio passano per $(0;-1)$, poi trova quella passante per il punto $A = (2;11)$ e chiamala $\mathcal{P}$. Verifica che A è il vertice di $\mathcal{P}$. Indica con B e C i punti di intersezione di $\mathcal{P}$ con la retta $3x + y - 11 = 0$, e calcola area e perimetro del triangolo ABC. $[y = -3x^2 + 12x - 1;\ \mathcal{A}(ABC) = 9,\ 2p(ABC) = 4\sqrt{10} + 2\sqrt{37}]$

389 Considera il fascio di parabole generato da $y = 3x^2 + 6x + 1$ e $y = x^2 - 2x - 7$. Determina il punto C ad esse comune e trova la parabola del fascio passante per il punto $A = (-5;-3)$ e quella avente vertice di ascissa $-\frac{115}{44}$. $[C = (-2;1);\ -9y = 22x^2 + 142x + 187;\ -9y = 44x^2 + 230x + 275]$

390 Considera le parabole $y = x^2 + 2$ e $y = x^2 - 4x + 4$ e indica con V_1 e V_2 i loro vertici. Nel fascio di parabole che esse generano trova quella il cui vertice ha ascissa negativa e forma con V_1 e V_2 un triangolo di area 3. $[y = x^2 + 2x + 1]$

391 Determina le due parabole che si incontrano nel punto $(0;3)$, hanno entrambe asse $x = 3$ e hanno i vertici di ordinata rispettivamente 0 e 6. Verifica che il quadrilatero avente per vertici i punti di intersezione delle due parabole e i loro vertici è un quadrato e calcolane area e perimetro. $\left[y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3,\ y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 3;\ \mathcal{A} = 18,\ 2p = 12\sqrt{2}\right]$

241 Considera la parabola $\mathcal{P}$ di equazione $y = \frac{3}{2}x^2 - 3x$.

ESAME DI STATO

1. Trova il vertice A di $\mathcal{P}$ e il punto B avente ascissa maggiore tra i punti di intersezione di $\mathcal{P}$ con l'asse delle ascisse.
2. Determina l'equazione dell'ellisse $\mathcal{E}$ che ha per assi gli assi coordinati e che passa per A e B.
3. Determina le rette r e s tangenti a $\mathcal{E}$ rispettivamente in A e in B.
4. Indica con C il punto di intersezione di r e s e determina area e perimetro del triangolo ABC.

$$\left[1. A = \left(1; -\frac{3}{2}\right), B = (2;0); 2. \mathcal{E}: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1; 3. r: x - 2y = 4, s: x = 2; \right.$$
$$\left. 4. \mathcal{A}(ABC) = \frac{1}{2}, 2p(ABC) = \frac{1}{2}\left(2 + \sqrt{5} + \sqrt{13}\right)\right]$$

242 Considera la retta $s: 3y + 2x - 6 = 0$. Determina l'equazione dell'ellisse $\mathcal{E}$ che ha per assi gli assi coordinati e che interseca s in due dei propri vertici. Verifica che $P = \left(1; \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$ appartiene ad $\mathcal{E}$ e individua la retta r tangente a $\mathcal{E}$ in P. Trova infine il punto Q di intersezione tra r ed s.

$$\left[\mathcal{E}: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1; r: x + 3\sqrt{2}y - 9 = 0; Q = \left(\frac{15 - 12\sqrt{2}}{7}; \frac{8\sqrt{2} + 4}{7}\right)\right]$$

243 Considera la retta $s: 2x - 3y = 0$ e l'ellisse $\mathcal{E}: \frac{x^2}{54} + \frac{y^2}{48} = 1$. Trova il punto A di intersezione tra s ed $\mathcal{E}$ che appartiene al primo quadrate. Determina la tangente r a $\mathcal{E}$ nel punto A. Indica con T il triangolo formato da r e dagli assi cartesiani e con R il rettangolo inscritto in $\mathcal{E}$ con lati paralleli agli assi cartesiani e avente vertice A. Verifica che l'area di R è $\frac{16}{9}$ di quella di T.

$$[A = (6;4); r: 4x + 3y = 36; \mathcal{A}(T) = 96, \mathcal{A}(R) = 108]$$

244 Determina l'equazione dell'ellisse $\mathcal{E}$ di centro l'origine, fuochi sull'asse delle ordinate, distanza focale 6 e area $9\sqrt{2}\pi$. Verifica che il punto $A = (1; -4)$ appartiene a $\mathcal{E}$ e trova la retta r tangente a $\mathcal{E}$ in A. Determina il punto B di intersezione di r con l'asse delle ascisse e calcola il perimetro di OAB.

$$\left[\mathcal{E}: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{18} = 1; B = (9;0); 2p(OAB) = 9 + 4\sqrt{5} + \sqrt{17}\right]$$

245 Determina l'ellisse $\mathcal{E}$ che passa per $A = (4;4)$ e in tale punto ha tangente con coefficiente angolare $-1/2$. Considera la retta di coefficiente angolare 2 passante per A e indica con B il suo altro punto di intersezione con $\mathcal{E}$. Calcola la lunghezza della corda AB.

$$\left[\mathcal{E}: \frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{24} = 1; \overline{AB} = \frac{40}{9}\sqrt{5}\right]$$

246 Considera la parabola $\mathcal{P}$ avente asse verticale, distanza focale 3, vertice $V = \left(1; \frac{8}{3}\right)$ e intersezione non vuota con l'asse delle ascisse. Indica con A e B i punti di intersezione di $\mathcal{P}$ rispettivamente con l'asse delle ordinate e con quello delle ascisse.

ESAME DI STATO

1. Trova l'equazione di $\mathcal{P}$ e le coordinate di A e B.
2. Determina l'ellisse $\mathcal{E}$ con centro nell'origine e vertici in A e B;
3. Trova il punto C di intersezione tra $\mathcal{P}$ e $\mathcal{E}$ avente ordinata positiva e diverso da A;
4. Calcola area e perimetro del quadrilatero $ACBO$.
5. Determina la retta tangente r a $\mathcal{E}$ in C e trovane l'altro punto di intersezione D con $\mathcal{P}$.

$$\left[1. y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{5}{2}, A = \left(0; \frac{5}{2}\right), B = (5;0); 2. \mathcal{E}: x^2 + 4y^2 = 25; 3. C = (3;2); \right.$$
$$\left. 4. \mathcal{A}(ACBO) = \frac{35}{4}, 2p(ACBO) = \frac{1}{2}\left(15 + 4\sqrt{2} + \sqrt{37}\right); 5. r: 3x + 8y = 25, D = \left(\frac{5}{4}; \frac{85}{32}\right)\right]$$

168 Considera la circonferenza $\mathscr{C}$ di equazione $x^2 + y^2 - 12x - 2y + 11 = 0$ e traccia le tangenti a $\mathscr{C}$ passanti per $P = (2;-5)$. Indica con A e B i punti di tangenza e calcola area e perimetro del quadrilatero $PBCA$. Di che quadrilatero si tratta? $[\mathcal{A} = 26, 2p = 4\sqrt{26}$; un quadrato$]$

169 Considera la circonferenza $\mathscr{C}$ di equazione $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 9 = 0$. Scrivi le equazioni della tangente a $\mathscr{C}$ nel punto $(-1;0)$, della tangente nel punto $(9;0)$ e delle due tangenti parallele all'asse delle ascisse. Chiama Q il quadrilatero delimitato dalle rette trovate, verifica che Q è un trapezio isoscele e calcolane l'area.

$$\left[y = 5x + 5, y = -5x + 45, y = \sqrt{26} - 1, y = -\sqrt{26} - 1; \mathcal{A} = \frac{104}{5}\sqrt{26}\right]$$

170 Fissa nel piano il punto $A = (-4;-2)$ e la circonferenza $\mathscr{C}$ di centro $(3;2)$ e raggio $\sqrt{13}$. Considera le tangenti a $\mathscr{C}$ passanti per A e indica con P e Q i punti di tangenza. Trova le coordinate di P e di Q, calcola perimetro e area del triangolo APQ e verifica che esso è isoscele di base PQ.

$$\left[P = (0;4) \text{ e } Q = \left(\frac{16}{5};-\frac{8}{5}\right) \text{ o viceversa; } 2p = 4\sqrt{13}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{5}}\right), \frac{104}{5}\right]$$

171 Considera la circonferenza $\mathscr{C}$ di centro $(2;3)$ e raggio $\sqrt{37}$. Indica con Q il secondo punto di intersezione con $\mathscr{C}$ della retta passante per $P = (8;2)$ e parallela alla retta di equazione $5x - 7y + 14 = 0$; indica con R il punto con ascissa negativa di tangenza a $\mathscr{C}$ di una retta parallela a $y = -6x - \sqrt{2}$. Calcola l'area del triangolo RPQ. $[30]$

172 Considera la circonferenza $\mathscr{C}$ di equazione $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 8 = 0$ e traccia la retta passante per il centro di $\mathscr{C}$ e per il punto $(0;13)$; indica con A e B le sue intersezioni con $\mathscr{C}$. Indica con P il punto di tangenza a $\mathscr{C}$ della retta $y = 4x - 4$. Determina le coordinate di A, B, P e calcola l'area del triangolo ABP. $[A = (-3;1), B = (-5;-7), P = (0;-4); \mathcal{A} = 17]$

173 Considera la circonferenza $\mathscr{C}$ di equazione $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 2 = 0$. Fissa nel piano i punti $P = (4;2)$ e $Q = (0;-6)$; scrivi le equazioni delle tangenti a $\mathscr{C}$ passanti per P, delle tangenti a $\mathscr{C}$ passanti per Q e delle tangenti a $\mathscr{C}$ parallele alla retta di equazione $3x - y + 5$. Calcola l'area dell'esagono circoscritto a $\mathscr{C}$ delimitato dalle sei rette trovate.

$$\left[x - 3y + 2 = 0 \text{ e } 3x + y - 14 = 0; x - 3y - 18 = 0 \text{ e } 3x + y + 6 = 0; 3x - y - 18 = 0 \text{ e } 3x - y + 2 = 0; \mathcal{A} = \frac{110}{3}\right]$$

174 Determina la circonferenza $\mathscr{C}$ di centro $P_0 = (2;-4)$ che stacca sull'asse delle ascisse Ox una corda di lunghezza 6. Chiama P e Q i punti di intersezione di $\mathscr{C}$ con Ox, considera le tangenti a $\mathscr{C}$ in tali punti e indica con R il loro punto di intersezione. Determina le coordinate di P, Q e R e calcola perimetro e area del quadrilatero P_0PRQ.

$$\left[x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0, P = (-1;0), Q = (5;0), R = \left(2;\frac{9}{4}\right), 2p(P_0PRQ) = \frac{35}{2}, \mathcal{A}(P_0PRQ) = \frac{75}{4}\right]$$

175 Considera la circonferenza $\mathscr{C}$ di equazione $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ e fissa nel piano il punto $P = (1,4)$. Scrivi le equazioni delle rette ℓ_1 e ℓ_2 tangenti a $\mathscr{C}$ e passanti per P. Indica con R e S i punti di intersezione di ℓ_1 e ℓ_2 con la tangente a $\mathscr{C}$ nel punto $(1;-5)$. Verifica che PRS è un triangolo equilatero e calcolane l'area. $[y = -\sqrt{3}x + 4 + \sqrt{3}, y = \sqrt{3}x + 4 - \sqrt{3}; \mathcal{A} = 27\sqrt{3}]$

176 Considera la circonferenza $\mathscr{C}$ di centro $(3;1)$ e raggio $\sqrt{17}$. Determina le tangenti a $\mathscr{C}$ passanti per ciascuno dei punti $\left(-\frac{8}{3};\frac{20}{3}\right)$, $(4;-3)$ e $(7;0)$. Trovane i punti di intersezione e calcola l'area del quadrilatero circoscritto a $\mathscr{C}$ da esse delimitato.

$$\left[x + 4y - 24 = 0 \text{ e } 4x + y + 4 = 0; x - 4y - 16 = 0; 4x - y - 28 = 0; \left(-\frac{8}{3};\frac{20}{3}\right), (20;1), (8;4), (0;-4), (3;-16), \left(\frac{32}{5};-\frac{12}{5}\right); \mathcal{A} = \frac{1088}{15}\right]$$

318 Considera la retta ℓ di equazione $3x + 2y + 10 = 0$ e indica con $\mathscr{C}$ la circonferenza tangente a ℓ e avente centro $(-1;3)$. Calcola la lunghezza del segmento staccato da $\mathscr{C}$ sull'asse delle ordinate. $[4\sqrt{3}]$

319 Considera le rette $r : x + 2y - 1 = 0$ e $s : y = -3x + 3$ e indica con A il loro punto di intersezione. Determina le circonferenze con centro C su s e tangenti a r in un punto P in modo che il triangolo APC abbia area $\frac{5}{2}$. $[x^2 + y^2 - 6y + 4 = 0 \text{ e } x^2 + y^2 - 4x + 6y + 8 = 0]$

320 Considera la circonferenza $\mathscr{C}_1$: $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 80 = 0$ e il punto $P = (6;4)$. Trova l'equazione della circonferenza $\mathscr{C}_2$ tangente internamente a $\mathscr{C}_1$ in P e tale che, detti A, B, C, D i punti di intersezione di $\mathscr{C}_2$ con gli assi, il quadrilatero $ABCD$ abbia area 6. $[x^2 + y^2 - 6x - 6y + 8 = 0]$

321 Considera la circonferenza $\mathscr{C}$: $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 7 = 0$ e indica con ℓ la retta tangente a $\mathscr{C}$ in $(1;-2)$. Indica poi con P il punto di intersezione di ℓ con l'asse delle ordinate. Trova i punti di intersezione fra $\mathscr{C}$ e la retta perpendicolare a ℓ e passante per P. $[(-4;-5)]$

322 Considera nel piano i punti $A = (-3;4)$ e $C = (-4;-1)$ e la circonferenza $\mathscr{C}$ di centro C passante per A. Determina i coefficienti $a, c \in \mathbb{R}$ in modo che la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + ax - 2y + c = 0$ intersechi $\mathscr{C}$ in A e nel suo punto di ordinata nulla e ascissa positiva. $[x^2 + y^2 + 4x - 2y - 5 = 0]$

323 Considera la circonferenza $\mathscr{C}$ di centro $(2;1)$ e raggio $\sqrt{10}$. Determina la retta ℓ con coefficiente angolare minore di 1 e passante per il punto $P = (-1;-3)$ sulla quale $\mathscr{C}$ stacca un segmento di lunghezza $2\sqrt{5}$. Trova la circonferenza tangente a ℓ in P e avente centro sull'asse delle ascisse. $[x - 2y - 5 = 0; x^2 + y^2 + 5x - 5 = 0]$

324 Considera la circonferenza $\mathscr{C}$ di centro $C = (4;3)$ che stacca sull'asse delle ordinate un segmento di lunghezza 2 e conduci dal punto $(-1;0)$ la tangente a $\mathscr{C}$ di coefficiente angolare negativo. Indica con A il punto di tangenza e determina la retta passante per A e C. $[y = 4x - 13]$

325 Considera le rette $\ell_1 : 2x - 3y + 18 = 0$ e $\ell_2 : 3x + 2y + 14 = 0$ e determina la circonferenza $\mathscr{C}$ tangente a ℓ_1 e ℓ_2 e avente centro C sulla retta $y = x + 2$ e ordinata positiva. Indica con A e B i punti di tangenza e calcola l'area del triangolo ABC. $\left[x^2 + y^2 + 2x - 2y - 11 = 0; \mathcal{A} = \frac{13}{2}\right]$

349 Considera le rette $\ell_1 : y = -2x + 10$ e $\ell_2 : y = 5x + 17$ e determina le circonferenze $\mathscr{C}_1$ e $\mathscr{C}_2$ appartenenti al fascio di equazione $x^2 + y^2 - 4x - 2y + k = 0$ e tangenti rispettivamente a ℓ_1 e ℓ_2. Verifica che $\mathscr{C}_1$ e $\mathscr{C}_2$ sono concentriche e calcola l'area della corona circolare da esse delimitata. $[x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0, x^2 + y^2 - 4x - 2y - 21 = 0; 21\pi]$

350 Considera la circonferenza $\mathscr{C}_1$: $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$ e determina il valore che deve assumere il parametro k affinché la circonferenza $\mathscr{C}_2$: $x^2 + y^2 + 12x + k = 0$ intersechi $\mathscr{C}_1$ in $P = (0;1)$. Verifica che $\mathscr{C}_2$ interseca l'asse delle ordinate in due punti, uno dei quali coincide con P. Determina la tangente ℓ a $\mathscr{C}_2$ nell'altro punto di intersezione. Calcola la lunghezza del segmento staccato da $\mathscr{C}_1$ su ℓ. $\left[k = -1; \ell : y = 6x - 1; \frac{4}{37}\sqrt{1406}\right]$

351 Considera la circonferenza $\mathscr{C}_1$: $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 7 = 0$ e trova $m < -1$ tale che la retta $\ell : y = mx - 1$ sia tangente a $\mathscr{C}_1$; indica con A il punto di tangenza. Determina la circonferenza $\mathscr{C}_2$ tangente a ℓ e avente centro $C = (12;3)$; indica con B il punto di tangenza. Calcola l'area del triangolo ABC. $[m = -3; x^2 + y^2 - 24x - 6y - 7 = 0; \mathcal{A} = 20]$

355 Considera la circonferenza $\mathscr{C}_1$: $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 7 = 0$ e determina la circonferenza $\mathscr{C}_2$ di raggio $\sqrt{50}$ tale che l'asse radicale di $\mathscr{C}_1$ e $\mathscr{C}_2$ sia $y = -2x - 2$ e il centro abbia ascissa positiva. Indica con ℓ la retta perpendicolare all'asse delle ascisse e passante per il centro di $\mathscr{C}_2$. Trova area e perimetro del trapezio rettangolo delimitato dagli assi, da ℓ e dalla retta passante per i centri di $\mathscr{C}_1$ e $\mathscr{C}_2$.

$[x^2 + y^2 - 8x - 10y - 9 = 0; \mathcal{A} = 16, 2p = 12 + 2\sqrt{5}]$

356 Considera le circonferenze $\mathscr{C}_1$ di centro $(8;-1)$ e raggio $\sqrt{17}$ e $\mathscr{C}_2$ di centro $(2;5)$ e raggio $\sqrt{29}$. Trova i loro punti di intersezione A e B, indicando con A quello di ascissa maggiore. Conduci per A la tangente ℓ_1 a $\mathscr{C}_1$ e la tangente ℓ_2 a $\mathscr{C}_2$. Trova poi il punto P di intersezione di ℓ_2 con l'asse delle ascisse e il punto Q di intersezione di ℓ_1 con l'asse delle ordinate. Calcola l'area del quadrilatero $APOQ$, dove O è l'origine degli assi.

$$\left[A = (7;3), B = (4;0); P = \left(\frac{29}{5};0\right), Q = \left(0;\frac{5}{4}\right); \mathcal{A} = \frac{523}{40}\right]$$

357 Considera le circonferenze $\mathscr{C}_1$: $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 19 = 0$ e $\mathscr{C}_2$: $x^2 + y^2 - 2x + 12y - 79 = 0$. Verifica che sono tangenti internamente e determina il punto di tangenza P e la comune retta tangente ℓ in P. Indica con A il punto di intersezione di ℓ con l'asse delle ordinate; conduci per A l'altra retta tangente a $\mathscr{C}_1$ e indica con B il punto di tangenza. Chiama C il centro di $\mathscr{C}_2$ e calcola il perimetro del quadrilatero $ABCP$.

$$\left[P = (5;4), \ell: y = -\frac{2}{5}x + 6; 2p = (4 + \sqrt{2})\sqrt{29}\right]$$

376 Data la parabola $P: y = x^2 + 4x + 3$, chiama V il suo vertice e A e B i suoi punti di ascisse -3 e 1. Trova il punto di intersezione C delle tangenti a $\mathcal{P}$ passanti per A e B e verifica che $\overline{AC} = \sqrt{2} \cdot \overline{VC}$.

$[C = (-1;-4); \overline{VC} = \sqrt{10}; \overline{AC} = 2\sqrt{5}]$

377 Data la retta $r: y = 2x + 1$ chiama A il suo punto di ascissa 1. Considera la retta s passante per $B = (-2;9)$ e parallela alla bisettrice del secondo e del quarto quadrante. Trova le parabole con asse verticale o orizzontale passanti per A, per B e per il punto di intersezione tra r ed s.

$[y = x^2 - x + 3, x = -y^2 + 10y - 17]$

378 Considera la parabola $\mathcal{P}: y = 2x^2 + 4x - 7$ e il punto $C = (-1;-11)$. Chiama A e B i punti su $\mathcal{P}$ di ordinata $-\frac{17}{2}$. Determina la retta r passante per A e C e la retta s passante per B e C. Trova il punto di intersezione D diverso da A tra r e $\mathcal{P}$, e il punto di intersezione E diverso da B tra s e $\mathcal{P}$. Calcola l'area del quadrilatero $ABDE$.

$$\left[5x - y - 6 = 0, 5x + y + 16 = 0; D = (1;-1), E = (-3;-1); \mathcal{A} = \frac{75}{4}\right]$$

379 Al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ considera la parabola $\mathcal{P}_k: y = x^2 + (k - 2)x + 5$. Determina i valori di k, con $k < 2$, per i quali il vertice di $\mathcal{P}_k$ e i punti della parabola di ordinata 5 formano un triangolo di area unitaria. Calcola inoltre il perimetro di tale triangolo. $[k = 0, 2p = 2(1 + \sqrt{2})]$

380 Data la parabola $P: x = y^2 - 2y - 1$, trova la retta r appartenente al fascio improprio di coefficiente angolare $-\frac{1}{2}$ sulla quale P stacca una corda AB di lunghezza $4\sqrt{5}$. Indicato con V il vertice di P calcola poi $\overline{VA}$ e $\overline{VB}$.

$[r\colon x + 2y - 3 = 0, \overline{VA} = \sqrt{2}, \overline{VB} = 3\sqrt{10}]$

381 Considera la parabola $\mathcal{P}: y = -x^2 + 6x - 4$ e il fascio proprio di rette di centro $C = (1;2)$. Individua le due rette del fascio tangenti a $\mathcal{P}$ e indica con A e B i punti di tangenza. Trova le perpendicolari alle tangenti nei punti di tangenza e il loro punto di intersezione D. Calcola l'area del quadrilatero $CADB$.

$$\left[y = 2x, y = 6x - 4; x + 2y - 10 = 0, x + 6y + 24 = 0; D = \left(27;-\frac{17}{2}\right); \mathcal{A} = \frac{229}{2}\right]$$

Risolvi per via grafica le seguenti equazioni e disequazioni:

323 $x^2 - x + 3 = 3x + 8$ $[x = -1 \text{ e } x = 5]$

324 $-x^2 + 4x + 11 > 18 - 4x$ $[1 < x < 7]$

325 $(x+1)(x-3) > 2x - 6$ $[x < 1 \text{ e } x > 3]$

326 $(x-a)(x-2a) > x - a$ [Se $a < -1$, $x < 2a+1$ e $x > a$; se $a = -1$, $x \neq -1$; se $a > -1$, $x < a$ e $x > 2a+1$]

327 $\sqrt{x} = x - 2$ $[x = 4]$

328 $5\sqrt{3-x} = 7 - x$ $[x = -13, x = 2]$

329 $\sqrt{2x-1} \leq \sqrt{3}$ $\left[\frac{1}{2} \leq x \leq 2\right]$

330 $9 - x < \sqrt{10x+6}$ $[x > 3]$

331 $2x - 3x^2 > 2\sqrt{5+x}$ [Nessuna soluzione]

332 $4 - 2x > \sqrt{3x+4}$ $\left[-\frac{4}{3} \leq x < \frac{3}{4}\right]$

333 $x + 1 \leq \sqrt{x+3}$ $[-3 \leq x \leq 1]$

334 $x + 1 > \sqrt{5x-1}$ $\left[\frac{1}{5} \leq x < 1 \text{ e } x > 2\right]$

335 $6\sqrt{x-2} > 3x^2 - 25x + 54$ $[3 < x < 6]$

336 $\sqrt{3x-4} < \sqrt{2x-1}$ $\left[\frac{4}{3} \leq x < 3\right]$

337 $\sqrt{3x+1} < x + 7$ $\left[x \geq -\frac{1}{3}\right]$

338 $\sqrt{x-2} > 2\sqrt{x+2}$ [Non ha soluzioni]

339 $\sqrt{x-1} - \sqrt{x-3} < 0$ [Non ha soluzioni]

340 $\sqrt{x+4} \leq \sqrt{-x^2+4}$ $[-1 \leq x \leq 0]$

341 $-\sqrt{-x+5} < 3x^2$ $[x \leq 5]$

342 $3 + \sqrt{2x-5} \leq -\frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{2}x - 8$ $[3 \leq x \leq 7]$

343 $\sqrt{3x+2} > x^2 + 4x + \sqrt{2}$ $\left[-\frac{2}{3} \leq x < 0\right]$

344 $2 + \sqrt{x+2} > \sqrt{20 - x^2}$ $[2 < x \leq 2\sqrt{5}]$

345 $-6x^2 + 2 > \sqrt{-x^2 + x}$ $\left[0 \leq x < \frac{1}{2}\right]$

199 $\sqrt{x^2+8} = 3$ $[x = \pm 1]$

200 $\sqrt{x^2-8} = x + 1$ [Impossibile]

201 $\sqrt{3x^2+1} = x + 1$ $[x = 0 \text{ o } x = 1]$

202 $2\sqrt{4x^2+25} = x - 10$ [Impossibile]

203 $\sqrt{x^2-6} = x^2 - 2x + 3$ [Impossibile]

204 $\sqrt{11x^2+4} = x^2 - 3x + 2$ $[x = 0 \text{ o } x = 6]$

205 $\sqrt{5x^2-4} = x^2$ $[x = \pm 1 \text{ o } x = \pm 2]$

206 $\sqrt{2x^2+2} > x + 3$ $[x < -1 \text{ o } x > 7]$

207 $\sqrt{2x^2-1} > 2 - x$ $[x < -5 \text{ o } x > 1]$

208 $\sqrt{20x^2+45} > 5x$ $[x < 3]$

209 $\sqrt{x^2+12} > x + 2$ $[x < 2]$

274 $\operatorname{Log}(2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 18) > 1$ $[x < 1 \text{ e } x > 2]$

275 $\log_2(e^{2x} + \sqrt{2}e^x - 1) < \frac{1}{2}$ $\left[\ln\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\right) < x < 0\right]$

276 $\log_{\frac{1}{3}}(10^{2x} - 10^x + 9) \leq -2$ $[x \geq 0]$

277 $\log_{\frac{1}{2}}(e^{2x} - 6e^x + 7) > -1$ $[0 < x < \ln(3-\sqrt{2}) \text{ oppure } \ln(3+\sqrt{2}) < x < \ln 5]$

278 $\dfrac{4^{\log_3(5-x)} - 7}{2^{\log_3(5-x)} - 1} \leq 3$ $[-4 \leq x < 4]$

279 $e^{\operatorname{Log}(x^3-3x^2+9x-7)} + 5 \geq -6e^{-\operatorname{Log}(x^3-3x^2+9x-7)}$ $[x > 1]$

280 $5^{\log_7\left(\frac{1}{(x^2+1)^2}\right)} + 8 \cdot 5^{\log_7\left(\frac{1}{x^2+1}\right)} < 9$ [Qualsiasi x]

281 $e^{\operatorname{Log}\left((x+1)^4\right)} + 115e^{2\operatorname{Log}(x+1)} + 280 > 9e^{\operatorname{Log}(x+1)}\left(2e^{\operatorname{Log}\left((x+1)^2\right)} + 34\right)$ $[-1 < x < 10^{\ln 2} - 1 \text{ oppure } 10^{\ln 4} - 1 < x < 10^{\ln 5} - 1 \text{ oppure } x > 10^{\ln 7} - 1]$

168 $\log_3(4y+1) > 2$, $\quad \operatorname{Log}(13x+9) \leq 2$ $\left[y > 2;\ -\frac{9}{13} < x \leq 7\right]$

169 $\log_{\frac{1}{2}}\left(3x + \frac{1}{3}\right) < 1$, $\quad \log_2(3t^2 - 4t + 1) > 4$ $\left[x > \frac{1}{6};\ t < -\frac{5}{3} \text{ oppure } t > 3\right]$

170 $\log_2(5t-2) < 3$, $\quad \log_3(6t+1) \geq -1$ $\left[\frac{2}{5} < t < 2;\ t \geq -\frac{1}{9}\right]$

171 $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{4}\right) \leq 2$, $\quad \operatorname{Log}(4x - \sqrt[3]{10}) > \frac{1}{3}$ $\left[x > 0;\ x > \frac{\sqrt[3]{10}}{2}\right]$

172 $\log_2(x^2+2x) > 3$, $\quad \operatorname{Log}(x^2+9x+24) < 1$ $[x < -4 \text{ oppure } x > 2;\ -7 < x < -2]$

173 $\log_5(x^2 - 5x + 19) \leq 2$, $\quad \log_{\frac{1}{3}}\left(x^3 + x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{27}\right) > 3$ $\left[-1 \leq x \leq 6;\ -\frac{1}{3} < x < 0\right]$

174 $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x+15}{x+5}\right) < -\frac{1}{2}$, $\quad \log_2\left(\frac{x-4}{x+3}\right) \geq 3$ $[-5 < x < 5\sqrt{3};\ -4 \leq x < -3]$

175 $\log_3(x^2 - 4x) \leq 2$ $\left[2-\sqrt{13} \leq x < 0 \text{ oppure } 4 < x \leq 2+\sqrt{13}\right]$

176 $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 1) \geq 2$ $\left[-\frac{\sqrt{10}}{3} \leq x < -1 \text{ oppure } 1 < x \leq \frac{\sqrt{10}}{3}\right]$

177 $\operatorname{Log}(x-5) + \operatorname{Log}(x^2+1) \leq 2$, $[5 < x \leq 7]$

178 $\log_2(x-4) - \log_2(x+3) > 3$ [Impossibile]

179 $\log_2(x-1) + \log_2(3x-1) > 4$ $[x > 3]$

180 $\log_2(3x+2) \cdot \operatorname{Log}(9x-4) > 0$ $\left[x > \frac{5}{9}\right]$

74 $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$ $[x = 1 \text{ oppure } x = 2]$

75 $100^{2z} + 100^z \cdot \left(1 - \sqrt{10}\right) - \sqrt{10} = 0$ $\left[z = \frac{1}{4}\right]$

76 $3^{3x} - 6 \cdot 3^{2x} + 12 \cdot 3^x - 8 = 0$ $[x = \log_3 2]$

77 $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x} + 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 8\left(\frac{2}{3}\right)^{x} + 4 = 0$ [Impossibile]

78 $e^{3u} - 6e^{2u} + 11e^u - 6 = 0$ $[u = 0,\ u = \ln 2 \text{ oppure } u = \ln 3]$

79 $e^x(e^x - 3) - 5e^x + 7 = 0$ $[x = 0 \text{ oppure } x = \ln 7]$

80 $3^x(3^x - 6)(3^x - 1) - (3^x + 1)^3 + 3^x(5 \cdot 3^x - 1) = 0$ [Impossibile]

81 $\dfrac{10^t - 3}{10^t - 4} = 7$ $\left[t = \mathrm{Log}\left(\frac{25}{6}\right)\right]$

82 $\dfrac{e^y - 12}{e^y + 2} - \dfrac{e^y + 3}{e^y - 1} = 2$ $\left[y = \ln\left(\sqrt{30} - 5\right)\right]$

83 $\dfrac{1}{5^x} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{6}{5^x - 1} - \dfrac{4}{5^x}$ $[x = 1]$

84 $\dfrac{4 \cdot 2^{2x}}{2^x - 1} - \dfrac{17 \cdot 2^x}{2^x + 1} = \dfrac{30 \cdot 2^x - 4}{2^{2x} - 1}$ $[x = \pm 2]$

86 $10^{3^{5x-7}} = 6$ $\left[\frac{1}{5}\left(\log_3(\mathrm{Log}\, 6) + 7\right)\right]$

87 $e^{2^{4x+1}} = \dfrac{5}{6}$ [Impossibile]

88 $2^y \cdot 3^{2y} - 4 \cdot 6^y - 3^{y+2} + 36 = 0$ $[y = \log_3 4 \text{ oppure } y = \log_6 9 = 2\log_6 3]$

89 $\dfrac{e^{2x^2}}{e^{2x^2} + 1} + \dfrac{12}{e^{4x^2} + e^{2x^2}} = \dfrac{7}{e^{2x^2} + 1}$ $\left[x = \pm\sqrt{\ln 2} \text{ oppure } x = \pm\frac{1}{2}\sqrt{2\ln 3}\right]$

90 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}} \cdot 2^{x+1} = 4^{\frac{3}{2}x}$ $[x = 0]$

91 $-\sqrt{3} + 3^{t^2 - t + \frac{1}{2}} \cdot t + t^2 \cdot \dfrac{3^{t^2}}{3^t} = t^2 - 3^{t^2 - t}\left(\sqrt{3} + t\right) + t\left(\sqrt{3} + 1\right)$ $\left[t = -\sqrt{3},\ t = 0 \text{ oppure } t = \pm 1\right]$

92 $5^{|x^2 - 3|} - 1 = \left(\dfrac{1}{5}\right)^{-\log_5 24}$ $\left[x = \pm 1 \text{ oppure } x = \pm\sqrt{5}\right]$

93 $(3^x + 1)^3 4^x + (27^x + 1)x^2 = 12^{x + 2\log_{12}\sqrt{3}}(1 + 3^x)$ [Impossibile]

94 $\dfrac{2^{x+1} - 2^{\frac{x}{2}+2} - 9}{2^x \cdot \left(\sqrt{2}\right)^x + 8} - \dfrac{1}{\sqrt{2^x} + 2} = \dfrac{1 - \left(\sqrt{2}\right)^x}{2^x + 2\left(2 - 2^{\frac{x}{2}}\right)}$ $[x = 2\log_2 3]$

95 $\dfrac{125^{\frac{x^2}{3} + 2x}}{2^x \cdot 5^{x^2}} = \sqrt{\dfrac{10^{6x+1}}{4^{6x-1}}}$ $\left[x = \dfrac{1 + \log_5 8}{6 + \log_5 16} = \dfrac{1 + 3\log_5 2}{6 + 4\log_5 2}\right]$

303 $\begin{cases} \left[\log_{\sqrt{3}}(17\cdot 2^{2x-1}-1)+\log_{\frac{\sqrt{3}}{3}}(4^{x+1}-1)\right]^2+4\log_3\frac{17\cdot 2^{2x-1}-1}{4^{x+1}-1}-8=0 \\ \log_9(16^{1-x}+32)=2 \end{cases}$ $[x=1-\log_4 7]$

304 $\begin{cases} 27^{\mathrm{Log}(-2x-x^2)}-9^{\mathrm{Log}(-2x-x^2)+\frac{1}{2}}+3^{1+\mathrm{Log}(-2x-x^2)}-1=0 \\ \mathrm{Log}\left(11^{x+3}-10\cdot\sqrt{11}^{x+3}-1\right)=1 \end{cases}$ $[x=-1]$

305 $\begin{cases} \log_{\sqrt{6}}(e^{3x-3}-6e^{2x-2}+11e^{x-1})=2 \\ e^x(x-1)-\ln(2^{e^x-e})=ex-e \end{cases}$ $[x=1, x=1+\ln 2]$

274 $3^{(1+\log_2 x)^2}\cdot 9^{2+\log_8 x}=81^{\log_4 x+\frac{1}{4}}$ $\left[x=\frac{1}{2}, x=\sqrt[3]{2}\right]$

275 $9\cdot 6^{(\log_2 x)^2+\log_2(x^2)+4}-27^{\log_8 x+1}\cdot 3^{(2+\log_2 x)^2-1}=2^{(\log_2 x)^2-1}\cdot 32^{\log_2 x+1}-1$ $\left[x=\frac{1}{16}, x=\frac{1}{8}, x=\frac{1}{4}, x=\frac{1}{2}\right]$

276 $e^{\sqrt{\mathrm{Log}(x+1)+1}}=\sqrt[3]{e^{2\mathrm{Log}(x+1)+3}}$ $[x=0, x=999]$

278 $\mathrm{Log}(2^{2x}-9\cdot 2^x+18)=1$ $[x=0, x=3]$

279 $\log_3(3\cdot 5^{2x}+12\cdot 5^x+12)=2$ [Impossibile]

280 $\log_3(5^x+2)+\log_3(3\cdot 5^x+6)=7$ $[x=2]$

281 $\log_2(3^{x-3}-1)-\log_4(5\cdot 3^{2x-7}-7)=-\frac{1}{2}$ $[x=4, x=5]$

282 $\frac{1}{2}\log_5(11^{x-1}+1)-(x-1)\log_5 11=\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{11^{x-2}}{1-11^{x-2}}\right)$ $[x=1+\log_{11} 8]$

283 $\frac{3^{1+2\log_4(2y-1)}-7}{3^{2+\log_2(2y-1)}-1}=\frac{1}{4},\qquad 2^{\mathrm{Log}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2}-5\cdot\frac{2^{\mathrm{Log}(1-x)}}{2^{\mathrm{Log}(1+x)}}+2^2=0$ $\left[y=\frac{5}{2}; x=0, x=-\frac{99}{101}\right]$

192 $4(\log_{16} x)^3+9(\log_{16} x)^2+6\log_{16} x+1=0$ $\left[x=\frac{1}{16} \text{ o } x=\frac{1}{2}\right]$

193 $(\log_3 x)^3+4(\log_3 x)^2-20\log_3 x-48=0$ $\left[x=\frac{1}{729}, x=\frac{1}{9} \text{ o } x=81\right]$

194 $(1-\log_2 x)^3=(\log_2 x)\cdot\left[2-(\log_2 x)^2\right]-1$ $[x=2 \text{ o } x=\sqrt[3]{4}]$

195 $\log_2(x^2)+(1-\log_2 x)^2=x^2+(x+2)(2-x)+6$ $\left[x=\frac{1}{8} \text{ o } x=8\right]$

Risolvi i seguenti sistemi:

299 $\begin{cases} 2^{1-x^2} = \dfrac{1}{8} \\ \log_5(x^2 - x - 1) = 1 \end{cases}$ $\quad\begin{cases} 9^{-t} - 4 \cdot 3^{1-t} + 27 = 0 \\ \log_2(t^2 - 2t) = \log_2(t + 4) \end{cases}$ $[x = -2;\ t = -1]$

300 $\begin{cases} \log_2(x+2)^2 = [\log_2(x+2)]^2 \\ 3^{5^{x^2-x}-1} = 81 \end{cases}$ $\quad\begin{cases} 125^{2t} \cdot 3^{3-2t} = 5^{2t-5} \cdot 9^{t+4} \\ \log_4\big(\log_3(t-1) - \log_3(t+1)\big) = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ $[x = 2;$ impossibile$]$

301 $\begin{cases} 2^{t-2} + 2^{4-t} - 5 = 0 \\ \log_7(t^3 - 5t^2 + 6t) = 3\log_7(t-2) \end{cases}$ $\quad\begin{cases} 3^{\log_5(x+1)} = 5^{\left(\log_3 \sqrt[3]{x+1}\right)^{-1}} \\ (25x+25)^{x^2-23x-24} = 1 \end{cases}$ $\left[t = 4;\ x = -\dfrac{24}{25},\ x = 24\right]$

302 $\begin{cases} 9^{(\log_4 x)^2} \cdot \left(3^{\log_2\sqrt{x}}\right)^5 = \dfrac{1}{27} \\ \log_5\sqrt{e^{-x} - 1} + \log_{25}(e^{-x+1} + 2) + \log_{\frac{1}{5}}(e^{-2x+2} - 4) = 1 \end{cases}$ [Impossibile]

---

68 $3^{2x+1} - 28 \cdot 3^x + 9 > 0,\quad \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2x} + \left(\dfrac{1}{2}\right)^x - 20 < 0$ $[x < -1$ oppure $x > 2;\ x > -2]$

69 $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 < 0,\quad 7^{3x} - 7^{2x+1} + 12 \cdot 7^x > 0$ $[1 < x < \log_2 3;\ x < \log_7 3$ o $x > \log_7 4]$

70 $11^{2x} + 7 \cdot 11^x + 6 \geq 0,\quad e^{2x} - 8 \cdot e^x + 15 < 0$ [Qualsiasi x; $\ln 3 < x < \ln 5$]

71 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2x-2} + 2 < 9\left(\dfrac{1}{2}\right)^x,\quad 5 \cdot 3^{3x} + 3^{2x+1} + 1 < 3^x$ $[-1 < x < 2;$ impossibile$]$

72 $9^{3x} - 3 \cdot 9^{2x} + 9^x < 3,\quad 2^{4x} - 2^{3x+2} + 3 \cdot 2^{2x+1} - 4 \cdot 2^x + 1 \leq 0$ $\left[x < \dfrac{1}{2};\ x = 0\right]$

73 $(9^x - 1)(3^{x+1} + 2) \leq 88$ $[x \leq 1]$

74 $2^{2x} - 2^3 \leq -2^{4-2x}$ $[x = 1]$

75 $3(1 - 2^{\frac{x}{3}})2^{\frac{x}{3}} > 1 - 2^x$ $[x > 0]$

76 $(9^x - 2)(3^{x+1} + 2) < -5$ $\left[\log_3 \dfrac{\sqrt{37} - 5}{6} < x < 0\right]$

77 $(3^x - 2)(3^x + 1 + 2^x) < 6^x - 2^{x+1}$ $[x < \log_3 2]$

78 $2^{3x} + 8 > 3(2^{2x} + 2^{x+1})$ $[x < 0$ oppure $x > 2]$

79 $15e^{-4x}(e^{-4x} + 1) + 6e^{-2x}(e^{-8x} + 1) \geq -1 - \dfrac{20}{e^{6x}} - e^{-12x}$ [Qualsiasi x]

80 $\dfrac{5^{2x} - 26 \cdot 5^x - 25(e - 1) + 5^2 e}{25 - 5^x} > e$ [Impossibile]