

**ISTITUTO ZACCARIA****MOD. 4.11 SCI****PROGRAMMA LAVORO ESTIVO****REV. 07**
dell'01.10.2015

DOCENTE SONIA ANTONELLI					
CLASSE	I	SEZIONE		ANNO SCOLASTICO	2023-2024
MATERIA	MATEMATICA				

LAVORO ESTIVO DA SVOLGERE

LAVORO ESTIVO DA SVOLGERE PER TUTTI GLI ALUNNI	PER GLI ALUNNI CON DEBITO
<p>Per chi è promosso con il 6 o con il 7: svolgere tutti gli esercizi PARI dal fascicolo "prima_scientifico_matematica_antonelli" che si trova su Google Drive.</p> <p>Per chi è promosso con 8 o 9 o 10: svolgere tutti gli esercizi CONTRASSEGNA TI DA UN NUMERO MULTIPLO DI TRE dal fascicolo "prima_scientifico_matematica_antonelli" che si trova su Google Drive.</p> <p>Gli esercizi devono essere svolti in "orizzontale" come spiegato in classe</p> <p>Occorrerà, prima di intraprendere l'esecuzione degli esercizi, studiare o ripassare anche la relativa parte di teoria. I compiti dovranno essere eseguiti su un quaderno e portati a scuola all'inizio dell'anno scolastico. La prima verifica del nuovo anno verterà sul programma di prima.</p> <p>Buone vacanze! Sonia Antonelli</p>	<p>Svolgere tutti gli esercizi del fascicolo dal nome "prima_scientifico_matematica_antonelli" che si trova su Google Drive.</p> <p>Gli esercizi devono essere svolti in "orizzontale" come spiegato in classe</p> <p>Occorrerà, prima di intraprendere l'esecuzione degli esercizi, studiare o ripassare anche la relativa parte di teoria.</p> <p>Gli esercizi dovranno essere fatti su un quaderno e consegnati il giorno dell'esame di settembre.</p> <p>Buone vacanze! Sonia Antonelli</p>

Milano, 6 GIUGNO 2024

Il Docente

Sonia Antonelli





Calcola il valore delle seguenti espressioni.

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{79} \quad \frac{2}{3} + \left[\frac{4}{5} \cdot \left(3 + \frac{1}{8} \right) - 2 \right] \cdot \frac{5}{3} \quad \left[\frac{3}{2} \right] \quad \bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{81} \quad \frac{4}{5} + \frac{5}{2} : \left(\frac{9}{8} + \frac{3}{4} \right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{15} \right) + \frac{1}{15} \quad [2]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{80} \quad \left(1 - \frac{1}{5} \right) \cdot \left(\frac{7}{4} - 1 + \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{7}{12} \right) \quad \left[\frac{1}{6} \right] \quad \bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{82} \quad \left[\left(\frac{9}{5} + 1 + \frac{1}{3} \right) : \left(\frac{13}{12} + \frac{5}{8} : \frac{5}{24} \right) \right] - \left(1 - \frac{3}{5} \right) \quad \left[\frac{18}{49} \right]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{83} \quad \left(1 - \frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{3}{8} \right) \cdot \left(1 - \frac{2}{3} + \frac{2}{6} \right) + \left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \right) \quad \left[\frac{11}{9} \right]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{84} \quad \left[\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{15}{2} - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{6}{5} \right] \cdot \left(4 - \frac{2}{7} \right) \quad [0]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{85} \quad \left[5 - \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \left(1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{2} \right) \right] \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{5} \quad \left[\frac{6}{5} \right]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{86} \quad 1 \cdot \left[\frac{10}{7} \cdot 5 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{14} \right) : \frac{1}{5} \right] : \left(2 + \frac{1}{2} \right) - \frac{2}{3} - \frac{1}{7} \quad \left[\frac{13}{21} \right]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{87} \quad \left[\frac{14}{15} \cdot \frac{5}{8} + \left(\frac{23}{13} - 1 \right) : \frac{4}{13} - \left(\frac{7}{4} + \frac{1}{3} \right) \right] : \left(2 - \frac{8}{7} \right) \cdot \frac{6}{5} \quad \left[\frac{7}{5} \right]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{88} \quad \left\{ \frac{2}{5} + \frac{1}{7} \cdot \left[\left(\frac{5}{6} + \frac{3}{4} \right) \cdot \left(1 + \frac{5}{19} \right) - \frac{5}{18} \cdot \frac{8}{5} \right] \right\} \cdot \frac{9}{28} \quad \left[\frac{1}{5} \right]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{89} \quad \left\{ \left[\left(2 - \frac{3}{7} \right) - \left(4 - \frac{17}{7} \right) \right] : \left(\frac{15}{13} + \frac{1}{2} + 2 \right) \right\} : \left(7 - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right) \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{4} \right) \quad [0]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{90} \quad \left\{ \left[\frac{5}{7} + \frac{11}{6} : \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) \right] : \frac{19}{21} - \left(\frac{7}{12} + \frac{1}{6} \right) : 4 \right\} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \quad \left[\frac{13}{10} \right]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{91} \quad \frac{44}{13} : \left\{ \frac{3}{13} + \frac{5}{11} : \left[\left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \right) : \frac{7}{3} - \frac{3}{22} \right] \right\} \cdot 0 + \frac{6}{5} \quad \left[\frac{6}{5} \right]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{92} \quad \left[\frac{2}{3} + \left(\frac{6}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{3} - 1 \right) \right] : \left[\left(\frac{1}{3} + \frac{4}{9} \right) \cdot \left(\frac{3}{7} \right) - \frac{1}{6} \right] \cdot \frac{1}{58} \quad \left[\frac{1}{4} \right]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{93} \quad \left[\left(2 + \frac{1}{3} \right) : \frac{5}{6} \right] : \left\{ \left[\left(\frac{3}{16} + \frac{5}{48} \right) : \frac{14}{15} \right] - \frac{5}{16} \right\} \quad \text{[impossibile]}$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{94} \quad \left[\left(\frac{15}{8} - \frac{5}{12} \right) : \frac{7}{12} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{13}{12} + \frac{2}{3} \right) \right] : \frac{5}{3} - \frac{3}{2} : 5 - \frac{1}{2} \quad \left[-\frac{1}{2} \right]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{95} \quad \left[\frac{4}{5} - \frac{1}{8} : \left(1 - \frac{6}{8} \right) + \frac{4}{8} \right] : \left[\frac{3}{5} + \left(2 - \frac{1}{3} \right) : \frac{5}{6} - \frac{1}{5} \right] \quad \left[\frac{1}{3} \right]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{96} \quad \left(2 - \frac{3}{2} + \frac{7}{10} \right) : \left\{ \frac{4}{5} + \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{81} \cdot \frac{18}{5} \right] : \frac{7}{9} - \frac{3}{5} \right\} \cdot \left(1 - \frac{11}{6} \right) \quad [-1]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{97} \quad 3 + \frac{4}{5} \cdot \left[\frac{5}{12} \cdot \left(8 + \frac{4}{5} \right) - \frac{56}{49} \cdot \frac{7}{8} - \frac{2}{3} \right] - \frac{11}{6} \cdot \left(2 + \frac{2}{11} \right) - 1 \quad \left[-\frac{2}{5} \right]$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \mathbf{98} \quad 3 - \left[\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \right) \right] \cdot \frac{9}{14} + \frac{1}{5} \cdot \left(2 - 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{11}{20} + \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{5}{3} \quad \left[\frac{4}{3} \right]$$





- 216 $\frac{2a+3b}{3abc-6b^2c} \cdot \frac{4a^2+12ab+9b^2}{9a^2b^2c^3-36b^4c^2}$ $\left[\frac{3bc^2(a+2b)}{2a+3b} \right]$
- 217 $\left[\left(\frac{2a+2b+ya+yb}{2a-2b+ya-yb} \right) \cdot \left(\frac{a^2}{a^2-b^2} \right) \right] \cdot \left(-\frac{1}{a} \right)$ $[-a(a+b)^2]$
- 218 $\left(\frac{x}{a-x} + \frac{a}{a+x} \right) \cdot \frac{a^2-ax-12x^2}{a^4-x^4} \cdot \frac{a^4+x^4-2a^2x^2}{a^2+5ax+6x^2}$ $\left[\frac{a-4x}{a+2x} \right]$
- 219 $\left(\frac{x^2+1}{x^3+3x^2+3x+1} + \frac{2x}{x^2+2x+1} - \frac{1}{x+1} \right) \cdot \left(\frac{2x}{x+1} \right)^2$ $\left[\frac{1}{2(x+1)} \right]$
- 220 $\frac{(a+b+c)^2}{a^2+2ab+b^2-c^2} \cdot \left(\frac{a-c}{a+b-c} - 1 \right)^2 \cdot \frac{a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc}{a+b+c}$ $\left[\frac{b^2}{a+b-c} \right]$
- 221 $\left\{ \left[\left(1 + \frac{a^2+1}{2a} \right) \cdot \frac{a^2+1}{a} \right] \cdot \frac{a^2-1}{2+2a^2} + 1 \right\}^2$ $\left[\frac{4a^2}{(a-1)^2} \right]$
- 222 $\left(\frac{1}{a^4+a^2b^2} - \frac{1}{2a^3b-2a^4} + \frac{1}{2a^4+2a^2b} \right) \cdot \frac{a^2-b^2}{6}$ $\left[\frac{1}{3(a^2+b^2)} \right]$
- 223 $\left[\left(\frac{4}{x^2-1} + \frac{x^2+3x+2}{x^2+x-2} - \frac{x^2-3x+2}{x^2-x-2} \right) \cdot \frac{4x}{5-5x} + \frac{20}{3x} \right]^3$ $\left[\frac{125}{27x^3} \right]$
- 224 $\left\{ \left[\left(1 + \frac{ab}{a^2+b^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{ab}{a^2+b^2} \right) \right] \cdot \frac{a^3+b^3}{a^3-b^3} \right\} \cdot \left(-\frac{a+b}{a-b} \right)$ $[-1]$
- 225 $\left[\left(\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{a^2-1} \right) \cdot \frac{2a^2}{a^2-1} \right]^2 - \left[\left(1 - \frac{2a}{1+a^2} \right) \cdot \left(\frac{a-1}{a} \right)^2 - 1 \right]^2 + \frac{1-a}{a-1}$ $[-1]$
- 226 $\left[\left(x + \frac{y-x}{1+xy} \right) \cdot \left(1 - \frac{xy-x^2}{1+xy} \right) + x \right]^2 \cdot (x^3+y^3) - \frac{x}{x^2-xy+y^2}$ $\left[\frac{y}{x^2-xy+y^2} \right]$
- 227 $\left(\frac{2x-3}{2x+3} + \frac{2x+3}{2x-3} - \frac{4x^2+9}{4x^2-9} \right) \cdot \frac{16x^4-81}{2x-3}$ $\left[\frac{1}{(4x^2-9)(2x+3)} \right]$
- 228 $\left(1 + \frac{x^2+1}{2x} \right) \cdot \frac{x^3+1}{x} \cdot \frac{x^2-1}{2+2x^3} + \frac{1+x}{1-x} - \left(\frac{1}{x+2} \right)^3$ $\left[-\frac{1}{(x+2)^3} \right]$
- 229 $\left(\frac{a-1}{a+1} + \frac{a+1}{a-1} + \frac{a^2+1}{1-a^2} \right) \cdot \frac{a^3+a^2b-a-b}{a^3-a^2b+a-b} \cdot \frac{a-b}{a+b}$ $[1]$
- 230 $\left(\frac{10x+5}{x^3+3x^2-4x-12} + \frac{x-2}{x^2+5x+6} \right) \cdot \left(\frac{2x+5}{x^2-4} + \frac{x+2}{x-2} \right) + \frac{2}{3+x}$ $\left[\frac{3}{3+x} \right]$
- 231 $\left\{ \frac{b^2-a^2}{(2a+b)^2} - \left[\left(\frac{2a-b}{a-2b} \right)^2 \cdot \left(\frac{b^2-4a^2}{a^2-4b^2} \right)^2 - 1 \right] \right\} \cdot \frac{2}{2a+b}$ $\left[-\frac{b^2-a^2}{2a+b} \right]$
- 232 $\frac{-2x^3+3x^2+x-1}{x^2+3x+2} \cdot \left[\frac{11x-2x^2-9}{x-1} - \left(\frac{25}{x+2} - \frac{3}{x+1} \right) \right] \cdot \frac{x-1}{1-x}$ $[-1]$
- 233 $\frac{\left(-a + \frac{1}{b} \right) \left(a + \frac{1}{b} \right)}{(1+ab)(ab-1)}$ $\left[-\frac{1}{b^2} \right]$
- 234 $\left\{ \left[-\left(\frac{4h}{2h-1} - \frac{2}{h} - \frac{1}{2h^2-h} \right) \right]^2 \right\}^3$ $\left[\frac{h^{12}}{(2h-1)^{12}} \right]$
- 235 $\left\{ \frac{1}{2} + \left[\frac{2ax(a-2x)}{8x^3-a^3} + \frac{a}{2x-a} - \frac{a^2}{4x^2+a^2+2ax} \right] \cdot \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{x}{2a} + \frac{1}{4} \right) \right\}^{-1}$ $\left[\frac{2(2x-a)}{3x} \right]$
- 236 $\left\{ \left[\left(\frac{1-a}{2a+1} - \frac{a}{1-2a} \right) \cdot \frac{3a}{8a^2+2a-1} - \frac{1}{4a^2+4a+1} \right] \cdot \frac{4a^2-1}{a^2-1} + 1 \right\} \cdot \frac{a-1}{2a-1} + \frac{a+1}{2a+1}$ $[1]$



Semplifica le seguenti espressioni contenenti prodotti notevoli.

606	$(2a + b)(2a - b) + 3(a - b)^2$	$[7a^2 + 2b^2 - 6ab]$
607	$-3(1 - 5x^2) + (-3 + 4x)(-3 - 4x) - 6$	$[-x^2]$
608	$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + y(y^2 + 1)$	$[x^4 + y]$
609	$a^3(a^2 + b^2)(a^2 - b^2) - b^3 - a^7b^2 + a^3b^7$	$[-2a^7b^2 + 2a^3b^7]$
610	$(x - 3y)^2 - (x - 3y)(x + 3y)$	$[-6xy + 18y^2]$
611	$a(a + 2) - (a + 4)^2 + (a - 2)^2 - (a + 3)(a - 3) - (10a - 3)$	$[-20a]$
612	$(x - 2)^2 - (x - 2)(x + 2) + (x - 2)(x + 1) - 6$	$[x^2 - 5x]$
613	$(x - 1)(x + 2) - x(x - 3)(x + 3) - (x - 1)^2 + x^3$	$[12x - 3]$

671	$(2a - \frac{1}{2}b)(4a^2 + \frac{1}{4}b^2)(2a + \frac{1}{2}b)$	$[16a^4 - \frac{1}{16}b^4]$
672	$5b + (b^2 + b - 1)^2 - (b + 1)^3 - b^2(b + \frac{1}{2})^2 + \frac{17}{4}b$	$[-\frac{17}{4}b^2 + \frac{17}{4}b]$
673	$x[(x - y)(x + y) - (x + y)^2] - (y - x)^3 + 2x^2y$	$[x^3 - 3x^2y + xy^2 - y^3]$
674	$a[(2a - b)(b - 2a) - (a + b)^2] + 4(a - b)^3 + a(a - b)^2$	$[-4b^3 + 11ab^2 - 12a^2b]$
675	$[(2a + c - b)(2a - c + b) - 4a^2] - (c - b)^2$	$[-2b^2 - 2c^2 + 4bc]$
676	$(3a - \frac{1}{2}b^2)^3 - (27a - \frac{27}{2}b^2)a^2$	$[\frac{9}{4}ab^4 - \frac{1}{8}b^4]$
677	$(-\frac{1}{4}x^2y^2 + 2x^2y) + (\frac{1}{2}xy - 2x + y + 3)(\frac{1}{2}xy - 2x - y - 3)$	$[4x^2 - y^2 - 6y - 9]$
678	$[(\frac{1}{2}x + y)^3 - \frac{3}{2}xy(\frac{1}{2}x + y)](\frac{1}{8}x^3 - y^3)$	$[\frac{1}{64}x^6 - y^6]$
679	$[a^2 - 2a]^3 - 2a^3(2a - \frac{1}{2})^2 + a(2a^2 + 3a^2)(-ab)$	$[-a^7b + 10a^6b - 28a^5b - \frac{1}{2}a^4b]$
680	$[(t + z - x^2)^2 - (t - z - x^2)^2 - 4tz] - x^3(4t - 1)$	$[x^3 - 4x^2z - 4tx^2]$
681	$x^2 + (x - 1)^3 - [(-6 + x)(x + 6) + x^2(x - 3) + 35]$	$[3x]$
682	$-21x - 2x^2 + (x - 3)^3 - (-3 - x)^3 + 36 + 12(x + 1)$	$[2x^3 - 2x^2 + 45x + 48]$
683	$(\frac{1}{3}a^2 + 2b)^3(2b - \frac{1}{3}a^2)^3 - \frac{1}{9}a^4 + (4b^2 - \frac{1}{9}a^4)^2(\frac{1}{9}a^4 - 4b^2)$	$[-\frac{1}{9}a^4]$
684	$[(x - \frac{1}{2}y)^3 + \frac{3}{2}xy(x - \frac{1}{2}y)](\frac{1}{8}y^3 + x^3) - (-\frac{1}{4}y^2)^2 - x^4$	$[0]$
685	$\left\{ \left[\frac{(2b - 3)^2}{8} - \frac{(3b - 2)^2}{18} - \frac{65}{72} \right] \frac{3}{5} - \left(\frac{2 - b}{3} + \frac{2 - b}{6} \right) \right\}^2$	$[1]$
686	$\left\{ \frac{a^2 + 8b^2}{2} - \frac{1}{6}[(2a + 3b)(2a - 3b) + (5b + a)(5b - a)] \right\} \frac{1}{2}b$	$[\frac{2}{3}b^3]$





748 $(2x + 2x^4) : (x + 4 + x^2)$

$[Q(x) = 2x^2 - 2x - 6; R(x) = 16x + 24]$

749 $(-9x^3 - 6) : (x^2 - 1 + 4x)$

$[Q(x) = 36 - 9x; R(x) = 30 - 153x]$

750 $(5x^2 + 3x^4 + 4x + 2x^3) : (x^2 - 2x + 2)$

$[Q(x) = 3x^2 + 8x + 15; R(x) = 18x - 30]$

751 $(3x^5 - 2x^6 - 8x) : (x^3 + 3 + 2x - 3x^2)$

$[Q(x) = -2x^3 - 3x^2 - 5x - 3; R(x) = 10x^2 + 13x + 9]$

752 $(y^5 - 2y^2 - y^4 + y + 3y^3 - 1) : (-y^3 + 1)$

$[Q(y) = -y^2 + y - 3; R(y) = -y^2 + 2y]$

Semplifica le seguenti espressioni.

753 $[(3xy^4 + 2x^2y^2) : y^2 - 2x(y^2 + x)] \cdot (x + 1)$

$[x^2y^2 + xy^2]$

754 $\{[a^3 + a(2a - a^2) + 4a^2] (3a^3 - ab^2) - 13a(a^4 - a^2b^2)\} : 5a^5$

$[a^2 + \frac{7}{5}b^2]$

755 $\left\{ \frac{(xy - 3x^2y^3)(xy + 3x^2y^3)}{(-0,5x^2y^2)} : (-6) - \frac{1}{3} \right\} : (x^2y^5)$

$[-3y]$

756 $\{[(a + 1)^3 + (12a^2 - 6a^3 + 9a^4 - 6a^5) : (-3a^2) + 3] : (3a)\} \cdot \left(a^2 - \frac{5}{3}\right)$

$[a^4 - \frac{25}{9}]$

757 $\left[\frac{3}{4}x^2y \left(\frac{2}{3}x + 4y\right) - 3x^2(y^2 - x^2) - \frac{1}{2}x^3(y - x)\right] : (-7x)$

$[-\frac{1}{2}x^3]$

758 $(12x^3y^4 - 2x^2y^3 - x^2y^2) : \left(-\frac{1}{2}x^2y^2\right) + (3xy^2 - 2y^2) : \left(\frac{1}{3}y\right)$

$[-2y - 15xy^2 + 2]$

738 $10 + 3x : (x - 2)$

$[Q(x) = x + 5; R(x) = 0]$

739 $(x^2 + 8x + 15) : (x + 5)$

$[Q(x) = x + 3; R(x) = 0]$

740 $(2x^3 + 6x - 4) : (x + 4)$

$[Q(x) = 2x^2 - 8x + 38; R(x) = -156]$

741 $(4x^3 - 6x - 11) : (2x - 4)$

$[Q(x) = 2x^2 + 4x + 5; R(x) = 9]$

742 $(2x^2 + 5 + 13x) : (2x + 3)$

$[Q(x) = x + 5; R(x) = -10]$

743 $(8x^2 + 6x - 25) : (4x + 9)$

$[Q(x) = 2x - 3; R(x) = 2]$

744 $(4y^3 - 5y) : (2y - 1)$

$[Q(y) = 2y^2 + y - 2; R(y) = -2]$

745 $(9x^3 - 3x - 3x^2 + 4) : (3x + 2)$

$[Q(x) = 3x^2 - 3x + 1; R(x) = 2]$

746 $(6a^3 - 5a) : (2a - 1)$

$[Q(a) = 3a^2 + \frac{3}{2}a - \frac{7}{4}; R(a) = -\frac{7}{4}]$





La fattorizzazione dei polinomi

$$\bullet\bullet\bullet 79 \quad -\frac{1}{6}ay^2 + 3xb - \frac{1}{2}by^2 + ax \left(3x - \frac{1}{2}y^2\right) \left(\frac{1}{3}a + b\right)$$

$$\bullet\bullet\bullet 80 \quad x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} \left(x + \frac{1}{2}\right)^3$$

$$\bullet\bullet\bullet 81 \quad -a^3 - \frac{1}{8}y^3 - \frac{3}{2}a^2y - \frac{3}{4}ay^2 - \left(a + \frac{1}{2}y\right)^3$$

$$\bullet\bullet\bullet 82 \quad 15ax^2y - 15x^2y + 5axy - 5xy \quad 5xy(3x^2 + 1)(a - 1)$$

$$\bullet\bullet\bullet 83 \quad 5ax^2 + 21a^3x - 3 - 35a^4x^3 \quad (3 - 5ax^2)(7a^2x - 1)$$

$$\bullet\bullet\bullet 84 \quad 4xy + 4x - y^2 + 3ay - y + 3a \quad (y + 1)(4x - y + 3a)$$

$$\bullet\bullet\bullet 85 \quad 30ax^2 + 3b^2xy^2 - 6abxy^2 - 15bx^2 \quad 3x(2a - b)(5x - by^2)$$

$$\bullet\bullet\bullet 86 \quad 12a^6x - 12a^3x + 3x \quad 3x(2a^3 - 1)^2$$

$$\bullet\bullet\bullet 87 \quad 5y^6 + 20y^5 + 20y^2 \quad 5y^2(y^5 + 2)^2$$

$$\bullet\bullet\bullet 88 \quad 14a^2 - 19a - 3 \quad (2a - 3)(7a + 1)$$

$$\bullet\bullet\bullet 89 \quad t^2 - 9t - 36 \quad (t + 3)(t - 12)$$

$$\bullet\bullet\bullet 90 \quad x^2 + 10tx + 21t^2 \quad (x + 3t)(x + 7t)$$

$$\bullet\bullet\bullet 91 \quad 22a^2x^2 + 75ax - 7 \quad (2ax + 7)(11ax - 1)$$

$$\bullet\bullet\bullet 92 \quad (3x - 4)^3 - \frac{3x}{4}(8 - 6x)^2 - 4(3x - 4)^2$$

$$\bullet\bullet\bullet 93 \quad (2x - 5)^2 + (10 - 4x)(-x - 3) + 4x + 1 \quad 2(4x + 1)(x - 2)$$

$$\bullet\bullet\bullet 109 \quad (a - 2x + 1)^3 - 3a(a - 2x + 1)^2 + 3a^2(a - 2x + 1) - a^3 \quad (1 - 2x)^3$$

$$\bullet\bullet\bullet 110 \quad 7x - 14y - x^2 - 4y^2 + 4xy \quad (x - 2y)(7 - x + 2y)$$

$$\bullet\bullet\bullet 111 \quad (a + b)^3 - 3(a + b)^2 - (a + b) + 3 \quad (a + b - 1)(a + b + 1)(a + b - 3)$$

$$\bullet\bullet\bullet 112 \quad \frac{9}{25} + \frac{1}{4}t^2 + \frac{1}{9}z^2 + \frac{3}{5}t - \frac{2}{5}z - \frac{1}{3}tz \quad \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2}t - \frac{1}{3}z\right)^2$$

$$\bullet\bullet\bullet 113 \quad \frac{1}{3}x^{12} + \frac{2}{3}x^6 + \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}(x^2 + 1)^2(x^2 - x^2 + 1)^2$$

$$\bullet\bullet\bullet 114 \quad (3x - 1)4x^4(9x^2 + 3x + 1) + (12x^2 + 9)(27x^3 - 1) + (2x^2 + 3)^2(1 - 27x^3) \quad (9x^2 + 3x + 1)(3x - 1) \cdot 0 = 0$$

$$\bullet\bullet\bullet 115 \quad 3x^n(a - b - 2) - 9x^{2n}(a - b - 2) + 9x^{3n}(2 + b - a) \quad \text{con } n \in \mathbb{N} \quad 3x^n(a - b - 2)(1 - 3x^n - 3x^{2n})$$

$$\bullet\bullet\bullet 116 \quad 6x^n(a + 2b - c^2) - 3x^{2n}(a + 2b - c^2) \quad \text{con } n \in \mathbb{N} \quad 3x^n(a + 2b - c^2)(2 - x^n)$$

$$\bullet\bullet\bullet 117 \quad (a^n - b)^2 - (b - a^n)(a^n + 2b) - 2(a^n - b) \quad \text{con } n \in \mathbb{N} \quad (a^n - b)(2a^n + b - 2)$$

$$\bullet\bullet\bullet 118 \quad \frac{1}{5}x^ny^{m+1}(3x - 1) - \frac{3}{2}x^{n+1}y^m(3x - 1) \quad \text{con } m, n \in \mathbb{N} \quad x^ny^m(3x - 1)\left(\frac{1}{5}y - \frac{3}{2}x\right)$$

$$\bullet\bullet\bullet 119 \quad x^2b^2 - x^2b^3 + 2x^2b^3 - 2x^2b^4 + x^2b^4 - xb^5 \quad xb^2(x + b)^2(x - b)$$

$$\bullet\bullet\bullet 94 \quad (x^6 + 2x^3 + 1) - (x^2 - x + 1)(x^4 + x^3) \quad (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$\bullet\bullet\bullet 95 \quad (x^2 - y^4)2x - x^3 + x^2y^2 - (x - y^2)xy^2 \quad x(x - y^2)(x + y^2)$$

$$\bullet\bullet\bullet 96 \quad x^2 + 2xy + y^2 - 9 \quad (x + y + 3)(x + y - 3)$$

$$\bullet\bullet\bullet 97 \quad -12x^4y^3 + 28x^2y^4 - 24x^2y \quad -4x^2y(3x^2y^2 - 7xy^3 + 6)$$

$$\bullet\bullet\bullet 98 \quad x^2 + y^2 + t^2 + 2xy - 2xt - 2yt \quad (x + y - t)^2$$

$$\bullet\bullet\bullet 99 \quad 3x^2 + 3y^2 + 3 - 6xy - 6x + 6y \quad 3(x - y - 1)^2$$

$$\bullet\bullet\bullet 100 \quad 2a^2x^2 + 4a^2xy - 4a^2x + 2a^2y^2 - 4a^2y + 2a^2 \quad 2a^2(x + y - 1)^2$$

$$\bullet\bullet\bullet 101 \quad 4a^3y - 36a^2by + 108ab^2y - 108b^3y \quad 4y(a - 3b)^3$$

$$\bullet\bullet\bullet 102 \quad x^3 - 6x^2 + 11x - 6 \quad (x - 1)(x - 2)(x - 3)$$

$$\bullet\bullet\bullet \text{ (Suggerimento: } 11x = 9x + 2x)$$

$$\bullet\bullet\bullet 103 \quad \frac{3}{2}(2x - a + b)^2 - (a - b - 2x) + 3xa - 3xb - 6x^2 \quad (2x - a + b)\left(\frac{3}{2}b - \frac{3}{2}a + 1\right)$$

$$\bullet\bullet\bullet 104 \quad \left(\frac{2}{3}a^2 + 5b\right)(a - 2b) + \frac{2}{3}a^3 + 5ba \quad 2\left(\frac{2}{3}a^2 + 5b\right)(a - b)$$

$$\bullet\bullet\bullet 105 \quad a^6 - b^6 \quad (a - b)(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\bullet\bullet\bullet 106 \quad x^{12}y^{12} - 1$$

$$\bullet\bullet\bullet (x^2y^4 + 1)(xy - 1)(xy + 1)(x^2y^2 - xy + 1)(x^2y^2 + xy + 1)$$

$$\bullet\bullet\bullet 107 \quad x^3 - 39x + 70 \quad (x - 2)(x + 7)(x - 5)$$

$$\bullet\bullet\bullet \text{ (Suggerimento: } -39x = -49x + 10x)$$

$$\bullet\bullet\bullet 108 \quad x^2 - 4y^2 + x + \frac{1}{4} \left(x + \frac{1}{2} + 2y\right) \left(x + \frac{1}{2} - 2y\right)$$





$$\bullet\bullet\bullet \frac{2}{x} - \frac{3}{5x} = 0$$

[impossibile]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{1}{x-7} = \frac{2}{x}$$

[14]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{2}{3x} + \frac{3-x}{x} = 0$$

 $\left[\frac{11}{3}\right]$

$$\bullet\bullet\bullet \frac{3}{2(x-1)} = \frac{1}{x+1}$$

[-5]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{x+2}{3x} = \frac{3x-1}{9x}$$

[impossibile]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{3}{x+1} = \frac{5}{x-1}$$

[-4]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{5x}{x+1} = 2$$

 $\left[\frac{2}{3}\right]$

$$\bullet\bullet\bullet \frac{2}{x+1} = \frac{3}{2(x+2)}$$

[-5]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{3}{x-2} = -\frac{1}{2}$$

[-4]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{4}{x-1} = \frac{3}{x+2}$$

[-11]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{5}{2x} = \left(\frac{6}{7}\right)^{-1} - \frac{1}{x}$$

[3]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{x-2}{x+5} = \frac{x+1}{x-3}$$

 $\left[\frac{1}{11}\right]$

$$\bullet\bullet\bullet \frac{3x^2-1}{x^2-7x+12} = \frac{x}{x-4} - \frac{1-2x}{x-3}$$

 $\left[\frac{5}{12}\right]$

$$\bullet\bullet\bullet \frac{1}{(2x-1)^2} + \frac{2x}{2x-1} = 1$$

[0]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{x^2-3x+2}{x+3} = 0$$

[1; 2]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{1}{(x-2)(x+3)} + \frac{7}{x(x+3)} = \frac{x-6}{x^2+x-6} - \frac{1}{x+3}$$

 $\left[\frac{7}{6}\right]$

$$\bullet\bullet\bullet 1 - \frac{4x}{2x+1} = \frac{x-1}{1-x}$$

[impossibile]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{2}{3(x-5)} + x + \frac{7(x+1)}{x-5} = \frac{x(x^2-4)}{x^2-7x+10}$$

[impossibile]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{x+1}{2x-2} - \frac{x+3}{4-4x} = \frac{11}{4}$$

[2]

$$\bullet\bullet\bullet \left(1 - \frac{1}{t^2}\right)(t^2+1) = \frac{1+2t^4}{2t^2}$$

[impossibile]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{32}{x^2-25} = \frac{4}{x+5} + \frac{2}{x-5}$$

[7]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{3x+2}{x^3-3x^2+3x-1} + \frac{4x}{(x-1)^2} = \frac{8\left(\frac{x}{2}+1\right)}{x^2-2x+1}$$

[2]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} = \frac{x}{x+1}$$

[impossibile]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{2}{x-1} + \frac{3x^2}{1-x^3} + \frac{x+1}{x^2+x+1} = 0$$

 $\left[-\frac{1}{2}\right]$

$$\bullet\bullet\bullet \frac{4}{2x-10} - \frac{1}{(x-5)^2} = 0$$

 $\left[\frac{11}{2}\right]$

$$\bullet\bullet\bullet -1 - \frac{1-x}{6-7x} = \frac{2x+1}{10} - 1 - \frac{7}{6} + x$$

[3]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{(3x-1)(x+2)}{x+3} = 0$$

 $\left[\frac{1}{3}; -2\right]$

$$\bullet\bullet\bullet \frac{1}{t^2-12t+32} = \frac{2t}{t^2-16} - \frac{1}{t+4}$$

[9]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{-2}{4-x} - \frac{5}{2x^2-8x} = \frac{1}{x}$$

 $\left[-\frac{3}{2}\right]$

$$\bullet\bullet\bullet \frac{1-\frac{2}{5x}}{x^2-x} = \frac{1}{10x^2}$$

 $\left[\frac{1}{3}\right]$

$$\bullet\bullet\bullet -2 = \frac{2x^2}{9-x^2} + \frac{9}{3x-9}$$

[impossibile]

$$\bullet\bullet\bullet \left(\frac{3-x^2}{25-x^2} - 1\right) : \left(\frac{2}{5-x}\right) = \frac{1}{5-x}$$

[6]

$$\bullet\bullet\bullet \frac{1}{x-1} + \frac{x^2+2}{1-x^2} = \frac{-x+2}{1+x}$$

 $\left[\frac{1}{2}\right]$

$$\bullet\bullet\bullet \frac{1-x}{1+x} - \frac{1+x}{1-x} = \frac{2x}{x-1}$$

 $\left[\frac{1}{2}\right]$

$$\bullet\bullet\bullet \frac{x^2+3x-9}{x-3} - 3x = \frac{x^2+3x+9}{3-x} - x$$

[0]





- 508** $4x - k = \frac{1-x}{k}$ $[k = 0$ perde significato; $k = -\frac{1}{4}$ impossibile; $k \neq 0 \wedge k \neq -\frac{1}{4}$ determinata con $x = \frac{k^2+1}{4k+1}]$
- 509** $\frac{x}{k} = 1 - kx$ $[k = 0$ perde significato; $k \neq 0$ determinata con $x = \frac{k}{k^2+1}]$
- 510** $\frac{x-a}{a-1} - \frac{x-2}{2} = 0$ $[a = 1$ perde significato; $a = 3$ impossibile; $a \neq 1 \wedge a \neq 3$ determinata con $x = \frac{2}{3-a}]$
- 511** $\frac{(a+x)}{2}(b-x) + (x-a)\frac{(b+x)}{2} - 1 = 0$ $[b = a$ impossibile; $b \neq a$ determinata con $x = \frac{1}{b-a}]$
- 512** $\frac{x}{a-2} = \frac{2x}{a+2}$ $[a = \pm 2$ perde significato; $a = 6$ identità; $a \neq 2 \wedge a \neq -2 \wedge a \neq 6$ determinata con $x = 0]$
- 513** $\frac{4p-2x}{p^2} = \frac{3+x}{2p} - \frac{x+2}{p} + \frac{x+4p+p^2}{2p^2}$ $[p = 0$ perde significato; $p = 5$ identità; $p \neq 0 \wedge p \neq 5$ determinata con $x = p]$
- 514** $3b^2x - 2b = a + (ax+a)a - b^2x - a^2$ $[a = 2b$ impossibile; $a = -2b$ identità; $a \neq 2b \wedge a \neq -2b$ determinata con $x = \frac{1}{2b-a}]$
- 515** $(x-a)^2 - (x-2a)^2 = -3a^2 - 2b^2$ $[a = 0 \wedge b = 0$ identità; $a = 0 \wedge b \neq 0$ impossibile; $a \neq 0$ determinata con $x = -\frac{b^2}{a}]$
- 516** $(x-b)^2 - (x+a)^2 + 2x(a+b) = b^2 - a^2$ [identità]
- 517** $(c+b)^2 - (b-c)^2 + c^2 = (c+x)^2 + (2c+x)(2c-x)$ $[c = 0$ identità; $c \neq 0$ determinata con $x = 2(b-c)]$
- 518** $\frac{ab}{c}x + \frac{1}{2c} = x$ $[c = 0$ perde significato; $ab = c \neq 0$ impossibile; $ab \neq c \wedge c \neq 0$ determinata con $x = \frac{1}{2(ab-c)}]$
- 519** $(x-a)(x-b) - 2bx = -(b-x)(x+a)$ $[(a=0 \vee b=0) \wedge (a=-b)]$ identità; $a = -b \wedge a \neq 0$ impossibile; $a \neq -b$ determinata con $x = \frac{ab}{a+b}]$
- 520** $\frac{x}{a-b} + b = a + b$ $[a = b$ perde significato; $a \neq b$ determinata con $x = a^2 - ab]$
- 521** $\frac{x}{a}(x+2a) = 2(bx^2+4) \cdot \frac{1}{ab} - \frac{4a(x+4b)}{ab} + \frac{12ab - bx^2 - 8}{ab}$ $[a = 0 \vee b = 0$ perde significato; $a \neq 0 \wedge b = -2$ impossibile; $a \neq 0 \wedge b \neq 0 \wedge b \neq -2$ determinata con $x = -\frac{2b}{2+b}]$
- 522** $abx - b = 1 + ax$ $[a = 0 \wedge b = -1$ identità; a qualsiasi $\wedge b = 1$ impossibile; $a \neq 0 \wedge b \neq 1$ determinata con $x = \frac{b+1}{a(b-1)}]$



**Problemi numerici**

- 294.** "I miei due figli maschi hanno 19 e 12 anni. Qualche anno fa il più grande aveva il doppio degli anni di quello più piccolo. Quanti anni fa?" [5]
- 295.** La somma delle età di Andrea e Matteo è 48 e dodici anni fa Andrea aveva la metà degli anni di Matteo; quanti anni hanno Andrea e Matteo? [20; 28]
- 296.** Tre anni fa Carlo aveva il doppio degli anni di Pietro e oggi la loro somma è 30. Quanti anni hanno Carlo e Pietro? [11; 19]
- 297.** Un padre ha il triplo dell'età del figlio e 9 anni fa l'età del figlio era la sesta parte dell'età del padre. Calcolare l'età dei due. [15; 45]
- 298.** "Due anni fa la somma delle nostre età era un secolo ma la differenza tra di noi è di 6 anni." Quanti anni hanno oggi queste due persone? [49; 55]
- 299.** La differenza tra l'età di Paolo e quella di Marco è di 15 anni. Quanti anni ha Paolo se l'anno scorso ne aveva il doppio di quelli di Marco? [16; 31]
- 300.** Il denominatore di una frazione è 8 e i suoi $\frac{4}{5}$ valgono 2,5: trovare il numeratore della frazione. [25]
- 301.** Trovare il numero che sommato ai suoi tre quinti dia 64. [40]
- 302.** Trovare un numero che sommato alla sua quarta parte e alla sua metà dia 42. [24]
- 303.** Se si somma il doppio di un numero con il numero 5 si ottiene il triplo del numero diminuito di 7. Qual è il numero? [12]
- 304.** Il denominatore di una frazione è il successivo del numeratore e la loro somma è 43. Di quale frazione si tratta? $\left[\frac{21}{22} \right]$
- 305.** In un numero di due cifre, la cifra delle unità supera di 3 la cifra delle decine. Se si scambiano la cifra delle unità con la cifra delle decine si ottiene il doppio del successivo del numero iniziale. Di quale numero si tratta? [25]
- 306.** Di un numero di tre cifre si conosce la prima da sinistra che è 1 e la terza che è 6. Si sa inoltre che tale numero è $i \frac{3}{5}$ di un altro numero di tre cifre che ha le prime due cifre uguali al primo numero ma invertite e finisce per 0. Scrivere i due numeri. [126; 210]
- 307.** La somma di due numeri è 142 e la divisione tra il maggiore e il minore ha quoziente 9 e resto 2. Quali sono i due numeri? [128; 14]
- 308.** Di un numero di due cifre si conosce la cifra delle unità che è uguale a 5, ma non la cifra delle decine. Sapendo che se si sottrae 13 dal numero si ottiene 9 volte la cifra incognita, determinare il numero. [85]
- 309.** Se si considerano sei numeri naturali consecutivi di cui si conosce la somma tra il primo e l'ultimo, allora si può sapere di che numeri si tratta. Risolvere il caso in cui la somma vale 25. [10; 11; 12; 13; 14; 15]
- 310.** Dividere il numero 420 in tre parti, tali che la seconda sia il doppio della prima e la terza il doppio della seconda. Determinare le tre parti. [60; 120; 240]
- 311.** Calcolare il valore di due numeri naturali consecutivi tali che la somma del doppio del minore col triplo del maggiore sia 23. [4; 5]
- 312.** Di tre interi relativi consecutivi si sa che se si sottrae 1 al doppio prodotto del minore per il medio si ottiene lo stesso numero che si avrebbe sommando al prodotto del minore per il maggiore il prodotto del medio per il maggiore. Trovare i tre numeri. [- 1; 0; 1]
- 313.** Sommando un numero naturale con il suo consecutivo si ottiene lo stesso risultato che si ha se si considera il triplo della differenza fra tale numero e 13. Qual è il numero? [40]



$$\text{273} \quad \frac{1-x}{3x} - 1 \geq 0$$

$$[0 < x \leq \frac{1}{4}]$$

$$\text{288} \quad \frac{1}{x} + \frac{25-25x}{3x} \leq 0$$

$$[x < 0 \vee x \geq \frac{28}{25}]$$

$$\text{274} \quad \frac{2}{4+x} > \frac{3}{2}$$

$$[x < -\frac{16}{3} \vee x > -4]$$

$$\text{289} \quad \frac{3x+5}{2x-4} + 1 < \frac{1}{4-2x}$$

$$[-\frac{2}{5} < x < 2]$$

$$\text{275} \quad \frac{3}{8} < \frac{-5}{2x-4}$$

$$[-\frac{14}{3} < x < 2]$$

$$\text{290} \quad \frac{2x-1}{-2x-3} + 4 > \frac{x}{3+2x}$$

$$[x < -\frac{13}{5} \vee x > -\frac{3}{2}]$$

$$\text{276} \quad \frac{2}{3} - \frac{10}{3-x} > 0$$

$$[x < -12 \vee x > 3]$$

$$\text{291} \quad x-2 \leq \frac{2x^2-1}{2x+4}$$

$$[x > -2]$$

$$\text{277} \quad \frac{(x-3)^2}{2x} > 0$$

$$[x < 0 \vee x > 3]$$

$$\text{292} \quad 4 - \frac{1}{x} \geq \frac{5-x}{2x}$$

$$[x < 0 \vee x \geq \frac{7}{9}]$$

$$\text{278} \quad \frac{x^2+1}{3x^2} > 0$$

$$[x \neq 0]$$

$$\text{293} \quad \frac{9x^2-12x+4}{2x^2-8x+8} \geq 0$$

$$[\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 2]$$

$$\text{279} \quad \frac{(x-5)^2+3}{(x-2)^2} > 0$$

$$[x \neq 2]$$

$$\text{294} \quad \frac{2(x-2)^2}{-5+2x} + 2 \geq x$$

$$[x \leq 2 \vee x > \frac{5}{2}]$$

$$\text{280} \quad \frac{(x-4)^2}{x^2} < 0$$

$$[\text{impossibile}]$$

$$\text{295} \quad \frac{2+2x}{-8-12x} \geq \frac{9x-6}{81x^2-36}$$

$$[-\frac{5}{3} \leq x < -\frac{2}{3}]$$

$$\text{281} \quad \frac{(x+2)^2}{x^2} > 0$$

$$[x < -2 \vee x > 0]$$

$$\text{296} \quad \frac{5}{2} + \frac{3x-1}{2-2x} \leq 1 - \frac{x+1}{2x-2}$$

$$[\text{impossibile}]$$

$$\text{282} \quad \frac{2}{x} - \frac{6}{2x} \leq -2$$

$$[0 < x \leq \frac{1}{2}]$$

$$\text{297} \quad \frac{1-2x}{x-3} < x+3 - \frac{x^2}{x-3}$$

$$[x < 3 \vee x > 5]$$

$$\text{283} \quad \frac{15x}{7+x} - 15 \geq 0$$

$$[x < -7]$$

$$\text{298} \quad \frac{2x^3+7x^2+2x-3}{1-4x^2} > 0$$

$$[x < -3 \vee -1 < x < -\frac{1}{2}, x \neq \frac{1}{2}]$$

$$\text{284} \quad \frac{2x}{1+x} \geq -3$$

$$[x < -1 \vee x \geq -\frac{3}{5}]$$

$$\text{299} \quad \frac{x^3+4x^2}{x^3-x^2+\frac{1}{4}x} > 0$$

$$[x < -4 \vee x > 0, x \neq \frac{1}{2}]$$

$$\text{285} \quad \frac{9}{5x+10} < \frac{18}{2x+4}$$

$$[x > -2]$$

$$\text{300} \quad \frac{x^2+8x-20}{x^3-6x^2+12x-8} < 0$$

$$[x < -10, x \neq 2]$$

$$\text{286} \quad \frac{2}{x-1} \geq \frac{2x}{1-x}$$

$$[x \leq -1 \vee x > 1]$$

$$\text{301} \quad \frac{x^3+2x^2+x+2}{3x^3+3x} \leq 0$$

$$[-2 \leq x < 0]$$

$$\text{287} \quad \frac{3x^2-1}{3-x} + 3x \geq 0$$

$$[\frac{1}{9} \leq x < 3]$$

$$\text{302} \quad \frac{x^3+3x^2+6x+4}{x^3-8} \geq 0$$

$$[x \leq -1 \vee x > 2]$$

$$\text{280} \quad -\frac{2}{|5x|} < 3$$

$$\forall x \in \mathbb{R}_0$$

$$\text{281} \quad \left| \frac{2}{5x-6} \right| > 1$$

$$x \in \left] \frac{4}{5}; \frac{8}{5} \right[- \left\{ \frac{6}{5} \right\}$$

$$\text{282} \quad \left| \frac{5-4x}{1-3x} \right| > 2$$

$$x \in \left] -\frac{3}{2}; \frac{7}{10} \right[- \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

$$\text{283} \quad \frac{9}{5} - \left| \frac{3x}{6-2x} \right| \leq 1$$

$$\left] -\infty; -\frac{24}{7} \right] \cup \left[\frac{24}{23}; +\infty \right[- \{3\}$$

$$\text{284} \quad 4 \left| \frac{2+3x}{x-4} \right| \geq 1$$

$$x \in \left] -\infty; -\frac{12}{11} \right] \cup \left[-\frac{4}{13}; +\infty \right[- \{4\}$$





$$169 \begin{cases} 2(x-3)+4 \leq 3x-1 \\ -(x-3)+x(x-1) \geq (x+1)^2 \\ x(x-1)(x-2) > x^2(x-3) - \frac{1}{2} \end{cases} \quad -\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$$

$$170 \begin{cases} \frac{x-3}{5} - \frac{x+4}{2} \geq \frac{x-30}{10} \\ (3x+1)^2 - (x-2)(x+2) > 2(2x+3)(2x-3) \\ \frac{(2-x)(3+x)}{3} > \frac{x(-x+2)}{2} + \frac{1}{6}x^2 \end{cases} \quad -\frac{23}{6} < x < 1$$

$$171 \begin{cases} 4(x-3)+2 \leq x-1 \\ x+3+x(x-2) \geq (x+2)^2 \\ x(x+1)(x+2) > x^2(x+3) - 3 \end{cases} \quad -\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{5}$$

$$172 \begin{cases} x-1 < \frac{3}{2} - 2x \\ 7-9x < x \\ \frac{1}{x} > 1 \end{cases} \quad \frac{7}{10} < x < \frac{5}{6} \quad 175 \begin{cases} 1-2x < 4x^2-1 \\ \frac{x+4}{1-2x} < 1 \\ (5+x)(x+4) \leq 0 \end{cases} \quad -5 \leq x \leq -4$$

$$173 \begin{cases} \frac{4}{x} < x \\ (5-x)(x+4) > 0 \\ 3(x-2)-4x \leq 1 \end{cases} \quad -2 < x < 0, 2 < x < 5 \quad 176 \begin{cases} \frac{x-1}{x+4} \leq 1 \\ x^2+9x > 36 \\ x^3-16x < 0 \end{cases} \quad 3 < x < 4$$

$$174 \begin{cases} \frac{9}{x-1} \leq 1 \\ (4+2x)(7+x) \geq x \\ \frac{3}{2}x-4(x-1) < x-2 \end{cases} \quad x \geq 10 \quad 177 \begin{cases} 3x^3-2x^2 > 5x \\ 3x^3-x^2-27x+9 \leq 0 \\ \frac{x^2}{1-x} < -\frac{x^3}{x^2-1} \end{cases} \quad \frac{5}{3} < x \leq 3$$

$$286 \quad \frac{3+|4x+1|}{3|x|-5} < 0 \quad x \in \left] -\frac{5}{3}; \frac{5}{3} \right[$$

$$287 \quad \frac{-9+|3x+7|}{|5-x|} \geq 0 \quad [|5-x| > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} - \{5\} \dots] \quad x \in \left] -\infty; -\frac{16}{3} \right] \cup \left[\frac{2}{3}; +\infty \right[- \{5\}$$

$$288 \quad (|x|-2)(3+|1+4x|) \geq 0 \quad x \in \left] -\infty; -2 \right] \cup \left[2; +\infty \right[$$

$$289 \quad (7x+3)(2-|5x|) \leq 0 \quad x \in \left[-\frac{3}{7}; -\frac{2}{5} \right] \cup \left[\frac{2}{5}; +\infty \right[$$

$$290 \quad |3+x|(|x+2|-4) < 0 \quad x \in \left] -6; 2 \right[- \{3\}$$

202





22 Considera un triangolo isoscele ABC di base BC .
 ●●● Traccia la retta r passante per C in modo tale che BC sia bisettrice dell'angolo generato dalla retta r e dal lato AC . Dimostra che la retta r è parallela al lato AB .

23 Considera un triangolo ABC isoscele di base AC . Dimostra che l'asse di AB e l'asse di BC sono incidenti in un punto P che giace lungo la bisettrice di \widehat{ABC} .

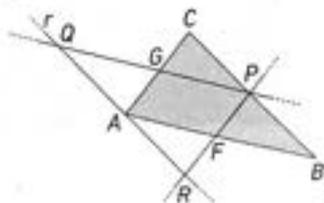
24 Sia V il vertice di un angolo convesso generato da r e s ; considera un punto P sulla sua bisettrice. Chiamato t l'asse del segmento VP , passante per il punto medio M , e, rispettivamente A e B i punti di intersezione di t con r e s , dimostra che PA è parallelo a VB .

25 Siano r e s rette parallele. Traccia un segmento AB perpendicolare da r a s e un nuovo segmento $A'B'$ perpendicolare da r a s . Dimostra che l'asse di AB è anche asse di $A'B'$.

26 Considera due rette parallele r e s , un segmento AB perpendicolare da r a s , e il suo asse t . Dimostra che, dato $A'B'$ segmento qualsiasi da r a s , la retta t interseca $A'B'$ nel suo punto medio.

27 Sia ABC un triangolo isoscele di base AB .
 ●●● Traccia la mediana da C a M , punto medio di AB . Traccia poi l'asse del segmento CM e chiama P e Q i punti di intersezione di tale asse con i segmenti AC e BC , rispettivamente. Dimostra che i triangoli APM e BQM sono congruenti.

28 Dato un triangolo ABC , considera la retta r passante per A e parallela a BC . Dato un punto P su BC , considera la retta parallela ad AB , passante per P , che interseca r in Q e AC in G . Inoltre considera la retta parallela ad AC passante per P , che interseca r in R ed AB in F . Dimostra che:
 a. CP è congruente ad AR ;
 b. i triangoli PGC e AFR sono congruenti;
 c. i triangoli FPB e AGQ sono congruenti;
 d. i triangoli ABC e RPQ sono congruenti.
 Che posizione deve assumere il punto P affinché anche i triangoli PGC e AGQ siano tra loro congruenti?



29 Considera la figura a fianco, dove $ABCD$ è un rettangolo.

Sapendo che il triangolo DPA è isoscele e che l'angolo \widehat{DCP} misura 30° :

a. determina l'ampiezza dell'angolo \widehat{PBA} ;

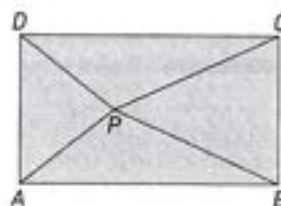
b. che cosa si può dire del triangolo CPB ?

Sapendo che l'ampiezza dell'angolo

$\widehat{DPA} = \widehat{CPB} + 20^\circ$:

c. determina le ampiezze degli angoli \widehat{ADP} e \widehat{APB} ;

d. dimostra che i triangoli DPC e APB sono congruenti.



30 Considera un triangolo isoscele ABC di base AB .

●●● Sia r una retta parallela ad AB passante per C . Siano t, u , bisettrici degli angoli in A e B . Indica rispettivamente con D ed E le intersezioni di t con r e u con r . Indica rispettivamente con R e Q le intersezioni di t con BC e di u con AC . Infine indica con P l'intersezione delle rette t e u e con H la proiezione di P su AB .

Dimostra che:

a. i triangoli APH e HPB sono congruenti;

b. i triangoli CRP e CQP sono congruenti;

c. i triangoli ACD e CEB sono congruenti;

d. i segmenti AE e BD sono congruenti.

31 Sia ABC un triangolo isoscele di base AB . Sia r l'asse del lato AC che interseca AC in M e AB in P . Sia t l'asse di BC , che interseca BC in N e AB in Q . Sia O l'intersezione dei due assi.

a. Dimostra che gli angoli \widehat{NQP} e \widehat{MPQ} sono congruenti.

b. Dimostra che i triangoli AMQ e NPB sono congruenti.

c. Indicati con K l'intersezione di NQ con AC e con L l'intersezione di MP con BC , dimostra che i triangoli LBP e KQA sono congruenti.



62 Dato un triangolo ABC , prolunga il lato BC di un segmento CD in modo tale che $BC \cong CD$ e il lato AC di un segmento CE in modo tale che $AC \cong CE$. Dimostra che il triangolo CDE è congruente al triangolo ABC .

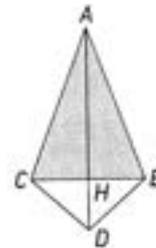
63 Considera un triangolo ABC equilatero e prolunga il lato AC di un segmento CD congruente ad AC . Dimostra che, se tracci la bisettrice dell'angolo \widehat{BCD} e chiami E il punto in cui incontra il segmento BD , i triangoli BEC e DEC sono congruenti.

64 Dimostra che, se in un triangolo la bisettrice di un angolo è anche l'altezza relativa al lato opposto a quell'angolo, il triangolo è isoscele.

65 Disegna un angolo convesso di vertice A e traccia la sua bisettrice r . Prendi un punto qualsiasi B su r e da tale punto traccia due semirette a e b che formino angoli congruenti con r e che incontrino i lati dell'angolo in C e D . Dimostra che i triangoli ABC e ABD così ottenuti sono congruenti.

66 Disegna un triangolo ABC e traccia la mediana AM ; traccia poi dal vertice B una retta esterna al triangolo che formi con BC un angolo congruente all'angolo \widehat{ACB} e indica con S il punto di intersezione di questa semiretta con il prolungamento di AM . Dimostra che MS è congruente a AM .

67 Dato il triangolo isoscele di base CB , sia AH la bisettrice dell'angolo \widehat{A} e D un suo punto, come in figura.



Dopo aver osservato che \widehat{ACH} e \widehat{AHB} sono congruenti, dimostra che:

- i triangoli ABD e ACD sono congruenti;
- i triangoli CHD e DHB sono congruenti;
- $\widehat{CHD} \cong \widehat{BHD}$.

70 Dimostra che in un triangolo equilatero le bisettrici sono congruenti tra loro.

71 In un triangolo rettangolo ABC con l'angolo retto in A si prolunga la mediana AM di un segmento MD congruente a AM . Dimostra che:
a. i triangoli AMB e CMD sono congruenti;
b. i triangoli AMC e DMB sono congruenti;
c. il triangolo BDC è rettangolo.

72 In un triangolo ABC acutangolo traccia la mediana BM e su di essa individua un punto P tale che $AP \cong PB$. Dal vertice C traccia una semiretta CD , con D nel semipiano opposto di B rispetto a AC , tale che $\widehat{MCD} \cong \widehat{MAP}$. Sia Q il punto d'intersezione di questa semiretta con la retta BM . Dimostra che $CQ \cong BP$.

73 Considera un segmento AB e due punti distinti C e D , nello stesso semipiano rispetto a AB , tali che $\widehat{CAB} \cong \widehat{DBA}$ e $\widehat{DAB} \cong \widehat{CBA}$. Ipotizza che AD e CB si intersechino nel punto E . Dimostra che EAB è un triangolo isoscele.

74 In un triangolo isoscele EFG di base EF considera due punti R e S rispettivamente sui lati EG e GF tali che $GR \cong GS$. Congiungi F con R ed E con S e chiama P il punto di intersezione. Dimostra che:

- i due triangoli GRF e GSE sono congruenti;
- i due triangoli ERP e FSP sono congruenti;
- i due triangoli GRP e GSP sono congruenti;
- P giace sulla bisettrice dell'angolo \widehat{EGF} .

75 Considera un triangolo ABC equilatero.

- Dimostra che la bisettrice CK dell'angolo \widehat{C} divide il triangolo in due triangoli congruenti. Traccia ora da A la perpendicolare ad AB e chiama D il punto in cui incontra la retta BC . Traccia poi da C la perpendicolare ad AD e chiama H il punto in cui incontra AD . Dimostra che:
b. il triangolo ACH è congruente al triangolo ACK ;
c. nel triangolo ABD , AC è mediana del lato BD .